ρ:忘却係数;一般に試行錯誤で決定される。

K_k:フィルタゲイン;行列$\hat{\Sigma}_{k|k-1}$から得られる。

$\hat{\Sigma}_{k|k}$:$\hat{x}_{k|k}$の誤差の共分散行列に対応;リカッチ方程式により得られる。

$\hat{\Sigma}_{k+1|k}$:$\hat{x}_{k+1|k}$の誤差の共分散行列に対応;リカッチ方程式により得られる。

$\hat{\Sigma}_{1|0}$:初期状態の共分散行列に対応;本来未知であるが、便宜上$\varepsilon_0 I$が用いられる。

また、本発明者は、既に高速H_∞フィルタによるシステム同定アルゴリズムを提案した(特許文献1参照)。これは、システム同定のために新たにH_∞評価基準を定め、これに基づくハイパーH_∞フィルタの高速アルゴリズムを開発すると共に、この高速H_∞フィルタリングアルゴリズムに基づく高速時変システム同定方法である。高速H_∞フィルタリングアルゴリズムは、単位時間ステップ当たり計算量O(N)で急激に変化する時変システムの追跡が可能である。上限値の極限で高速カルマンフィルタリングアルゴリズムと完全に一致する。このようなシステム同定により時不変および時変システムの高速実時間同定および推定を実現することができる。

なお、システム推定の分野で通常知られる方法として、例えば、非特許文献2、3参照のこと。

(エコーキャンセラへの適用例)

国際電話など長距離電話回線では,信号増幅などの理由から4線式回線が用いられている。一方、加入者回線は比較的短距離なので、2線式回線が使用されている。

図9に通信系とエコーについての説明図を示す。2線式回線と4線式回線の接続部には図示のようにハイブリッドトランスが導入され、インピーダンス整合が行われている。このインピーダンス整合が完全であれば、話者Bからの信号(音声)は話者Aのみに到達する。しかし、一般に整合を完全とするのはむずかしく、受信信号の一部は4線式回線に漏れ、増幅された後、再び受信者(話者A)に戻ると云った現象が起こる。これがエコー(echo)である。エコーは、伝送距離が長くなるにつれて(遅延時間が長く

なるにつれて)影響が大きくなり、著しく通話の品質を劣化させる(パルス伝送においては近距離であってもエコーによる通話品質の劣化は大きく影響する)。

図10に、エコーキャンセラの原理図を示す。

そこで、図示のようにエコーキャンセラ(echo canceller) を導入し、直接観測可能な受信信号とエコーを用いてエコーパスのインパルス応答を逐次推定し、それを利用して得た疑似エコーを実際のエコーから差し引くことによってエコーを打ち消し、その除去を図っている。

エコーパスのインパルス応答の推定は、残留エコーe_kの平均2乗誤差が最小になるように行われる。このとき、エコーパスの推定を妨害する要素は、回線雑音と話者Aからの信号(音声)である。一般に、話者2人が同時に話し始めた(ダブルトーク)ときはインパルス応答の推定を中断する。また、ハイブリッドトランスのインパルス応答長は 50[ms]程度なので、サンプリング周期を125[μs]とするとエコーパスのインパルス応答の次数は実際は400程度となる。

非特許文献1

1993年電子情報通信学会「ディジタル信号処理ハンドブック」

非特許文献2

S. Haykin:Adaptive filter theory, Prentice－Hall(1996)

非特許文献3

B. Hassibi, A. H. Sayed, and T. Kailath: "Indefinite-Quadratic Estimation and Control", SIAM (1996)

特許文献1

特開2002－135171号公報

発明の開示

しかしながら、式(1)～(5)のような従来の忘却係数ρを入れたカルマンフィルタでは、忘却係数ρの値は試行錯誤で決定しなければならず非常に手間が掛かった。さ

らに、決定された忘却ρ係数の値が果たして最適な値であるかどうか判定する手段も無かった。

また、カルマンフィルタで用いる誤差共分散行列は、本来、零でない任意のベクトルとの2次形式が常に正（以下、「正定」という。）であるがコンピュータにより単精度で計算した場合にはその2次形式が負（以下、「負定」という。）となり、数値的に不安定になることが知られている。また、計算量が$O(N^2)$（あるいは$O(N^3)$）であるため、状態ベクトルx_kの次元Nが大きい場合、1ステップ当たりの演算回数が急激に増大し、実時間処理には適さなかった。

本発明は、以上の点に鑑み、忘却係数を理論的に最適に決定できる推定方法を確立すると共に、その数値的に安定な推定アルゴリズムと高速アルゴリズムを開発することを目的とする。また、本発明は、通信システムや音響システムにおけるエコーキャンセラ、音場再生又は騒音制御などに適用することができるシステム推定方法を提供することを目的とする。

本発明は、上記課題を解決するために、新たに考案したH_∞最適化手法を用いて忘却係数が最適決定可能な状態推定アルゴリズムを導出する。さらに、常に正定であるべき誤差共分散行列の代わりに、その因数行列を更新することによって数値的に安定な推定アルゴリズムと高速アルゴリズムを開発する。

本発明の第１の解決手段によると、

次式で表される状態空間モデルに対して、

$x_{k+1}=F_k x_k+G_k w_k$

$y_k=H_k x_k+v_k$

$z_k=H_k x_k$

ここで、

x_k：状態ベクトルまたは単に状態

w_k：システム雑音

v_k：観測雑音

y_k:観測信号

z_k:出力信号

F_k:システムのダイナミックス

G_k:駆動行列

評価基準として忘却係数ρで重み付けされた外乱からフィルタ誤差への最大エネルギーゲインを予め与えられた上限値γ_fに対応する項より小さく抑えるように定めた、推定アルゴリズムにおいて、状態推定のロバスト化と忘却係数ρの最適化を同時に行うためのシステム推定方法及びプログラム及び該プログラムを記録したコンピュータ読み取り可能な記録媒体であって、

処理部は、上限値γ_f、フィルタの入力である観測信号y_k、観測行列H_kを含む値を記憶部又は入力部から入力するステップと、

処理部は、前記上限値γ_fに従い、状態空間モデルに関連する忘却係数ρを決定するステップと、

処理部は、記憶部から初期値又はある時刻の観測行列H_kを含む値を読み取り、前記忘却係数ρを用いて次式で表されるハイパーH_∞フィルタを実行するステップと、

$$\hat{x}_{k|k}=F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1}+K_{s,k}(y_k-H_kF_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1})$$

ここで、

$\hat{x}_{k|k}$:観測信号y_0〜y_kまでを用いた時刻kの状態x_kの推定値

F_k:システムのダイナミックス

$K_{s,k}$:フィルタゲイン

処理部は、ハイパーH_∞フィルタに関する求められた値を記憶部に記憶するステップと、

処理部は、観測行列H_iとフィルタゲイン$K_{s,i}$により、前記上限値γ_f及び前記忘却係数ρに基づく存在条件を計算するステップと、

処理部は、上限値γ_fを小さくしていき前記ハイパーH_∞フィルタを実行するステップを

繰り返すことで、各時刻で前記存在条件が満たされる範囲で上限値を小さく設定し、その値を記憶部に記憶するステップと、

を含む前記システム推定方法、各ステップをコンピュータに実行させるためのシステム推定プログラム及び該プログラムを記録したコンピュータ読み取り可能な記録媒体が提供される。

また、本発明の第2の解決手段によると、

次式で表される状態空間モデルに対して、

$x_{k+1}=F_k x_k+G_k w_k$

$y_k=H_k x_k+v_k$

$z_k=H_k x_k$

ここで、

x_k:状態ベクトルまたは単に状態

w_k:システム雑音

v_k:観測雑音

y_k:観測信号

z_k:出力信号

F_k:システムのダイナミックス

G_k:駆動行列

評価基準として忘却係数ρで重み付けされた外乱からフィルタ誤差への最大エネルギーゲインを予め与えられた上限値γ_fに対応する項より小さく抑えるように定めた、推定アルゴリズムにおいて、状態推定のロバスト化と忘却係数ρの最適化を同時に行うためのシステム推定装置であって、

推定アルゴリズムを実行する処理部と、

前記処理部により読み取り及び／又は書き込みがなされ、状態空間モデルに関連する各観測値、設定値、推定値を記憶した記憶部と、

を備え、

前記処理部は、上限値γ_f、フィルタの入力である観測信号y_k、観測行列H_kを含む値を記憶部又は入力部から入力すること、

前記処理部は、前記上限値γ_fに従い、状態空間モデルに関連する忘却係数ρを決定すること、

前記処理部は、記憶部から初期値又はある時刻の観測行列H_kを含む値を読み取り、前記忘却係数ρを用いて次式で表されるハイパーH_∞フィルタを実行すること、

$$\hat{x}_{k|k}=F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1}+K_{s,k}(y_k-H_kF_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1})$$

ここで、

$\hat{x}_{k|k}$:観測信号y_0〜y_kまでを用いた時刻kの状態x_kの推定値

F_k:システムのダイナミックス

$K_{s,k}$:フィルタゲイン

前記処理部は、ハイパーH_∞フィルタに関する求められた値を記憶部に記憶すること、

前記処理部は、観測行列H_iとフィルタゲイン$K_{s,i}$により、前記上限値γ_f及び前記忘却係数ρに基づく存在条件を計算すること、

前記処理部は、上限値γ_fを小さくしていき前記ハイパーH_∞フィルタを実行するステップを繰り返すことで、各時刻で前記存在条件が満たされる範囲で上限値を小さく設定し、その値を記憶部に記憶すること

を備えた前記システム推定装置が提供される。

本発明の推定方法は忘却係数を最適に決定することが可能であり、かつアルゴリズムは単精度でも安定に動作可能であるため、低コストで高い性能が実現できる。一般に、通常の民間の通信機器などでは、コストと速度の面から単精度で計算が行われる場合が多い。このため、本発明は実用的な状態推定アルゴリズムとして様々な産業分野にその効果をもたらすであろう。

図面の簡単な説明

図1は、本実施の形態に関するハードウェアの構成図である。

図2は、H_∞フィルタのロバスト化と忘却係数ρの最適化についてのフローチャートである。

図3は、図2中のH_∞フィルタ(S105)のアルゴリズムについてのフローチャートである。

図4は、定理2の平方根アレイアルゴリズムの説明図である。

図5は、定理3の数値的に安定な高速アルゴリズムのフローチャートである。

図6は、インパルス応答$\{h_i\}_{i=0}^{23}$の値を示す図である。

図7は、定理3の数値的に安定な高速アルゴリズムによるインパルス応答の推定結果である。

図8は、システム推定のための構成図である。

図9は、通信系とエコーについての説明図である。

図10は、エコーキャンセラの原理図である。

発明を実施するための最良の形態

以下に、本発明の実施の形態について説明する。

1. 記号の説明

まず、本発明の実施の形態で用いる主な記号及びその既知又は未知について説明する。

x_k:状態ベクトルまたは単に状態;未知であり、これが推定の対象となる。

x_0:初期状態;未知である。

w_k:システム雑音;未知である。

v_k:観測雑音;未知である。

y_k:観測信号;フィルタの入力となり、既知である。

z_k:出力信号;未知である。

F_k:システムのダイナミックス;既知である。

G_k:駆動行列;実行時に既知となる。

H_k:観測行列;既知である。

$\hat{x}_{k|k}$:観測信号y_0〜y_kまでを用いた時刻kの状態x_kの推定値;フィルタ方程式によって与えられる。

$\hat{x}_{k+1|k}$:観測記号y_0〜y_kまで用いた時刻k+1の状態x_{k+1}の推定値;フィルタ方程式によって与えられる。

$\hat{x}_{0|0}$:状態の初期推定値;本来未知であるが、便宜上0が用いられる。

$\hat{\Sigma}_{k|k}$:$\hat{x}_{k|k}$の誤差の共分散行列に対応;リカッチ方程式によって与えられる。

$\hat{\Sigma}_{k+1|k}$:$\hat{x}_{k+1|k}$の誤差の共分散行列に対応;リカッチ方程式によって与えられる。

$\hat{\Sigma}_{1|0}$:初期状態の共分散行列に対応;本来未知であるが、便宜上$\varepsilon_0 I$が用いられる。

$K_{s,k}$:フィルタゲイン;行列$\hat{\Sigma}_{k|k-1}$から得られる。

ρ:忘却係数;定理1〜3の場合、γ_fが決まれば$\rho=1-\chi(\gamma_f)$より自動的に決定される。

$e_{f,i}$:フィルタ誤差

$R_{e,k}$:補助変数

なお、記号の上に付される"^"、"v"は、推定値の意味である。また、"〜"、"ー"、"U"等は、便宜上付加した記号である。これらの記号は、入力の都合上、文字の右上に記載するが、数式で示すように、文字の真上に記載されたものと同一である。また、x、w、H、G, K、R、Σ、等は行列であり、数式で示すように太文字で記されるものであるが、入力の都合上、普通の文字で記載する。

2．システム推定のハードウェア及びプログラム

本システム推定方法又はシステム推定装置・システムは、その各手順をコンピュータに実行させるためのシステム推定プログラム、システム推定プログラムを記録したコンピュータ読み取り可能な記録媒体、システム推定プログラムを含みコンピュータの内部メモリにロード可能なプログラム製品、そのプログラムを含むサーバ等のコンピュータ、等により提供されることができる。

図1は、本実施の形態に関するハードウェアの構成図である。

このハードウェアは、中央処理装置（CPU）である処理部101、入力部102、出力部103、表示部104及び記憶部105を有する。また、処理部101、入力部102、出力部103、表示部104及び記憶部105は、スター又はバス等の適宜の接続手段で接続されている。記憶部105は、システム推定される「1．記号の説明」で示した既知のデータが必要に応じて記憶される。また、未知・既知のデータや計算されたハイパーH$_\infty$フィルタに関するデータ・その他のデータが処理部101により、必要に応じて書込み及び／又は読み出しされる。

3．忘却係数が最適決定可能なハイパーH$_\infty$フィルタ

（定理1）

次式のような状態空間モデルを考える。

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= F_k x_k + G_k w_k, \qquad w_k, x_k \in \mathcal{R}^N &(6)\\ y_k &= H_k x_k + v_k, \qquad y_k, v_k \in \mathcal{R} &(7)\\ z_k &= H_k x_k, \qquad z_k \in \mathcal{R},\ H_k \in \mathcal{R}^{1\times N},\ k = 0,1,\ldots,L &(8)\end{aligned}$$

このような状態空間モデルに対して、次式のようなH$_\infty$評価基準を提案する。

$$\sup_{x_0,\{w_i\},\{v_i\}} \frac{\sum_{i=0}^{k} \|e_{f,i}\|^2/\rho}{\|x_0 - \check{x}_{0|-1}\|^2_{\Sigma_0^{-1}} + \sum_{i=0}^{k}\|w_i\|^2 + \sum_{i=0}^{k}\|v_i\|^2/\rho} < \gamma_f^2 \qquad (9)$$

このH$_\infty$評価基準を満たす状態推定値$\hat{x}_{k|k}$(あるいは出力推定値$\check{z}_{k|k}$)は、次のレベルγ_fのハイパーH$_\infty$フィルタによって与えられる。

$$\check{z}_{k|k} = \boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k} \tag{10}$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k} = \boldsymbol{F}_{k-1}\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1|k-1} + \boldsymbol{K}_{s,k}(y_k - \boldsymbol{H}_k\boldsymbol{F}_{k-1}\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1|k-1}) \tag{11}$$

$$\boldsymbol{K}_{s,k} = \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1}\boldsymbol{H}_k^T(\boldsymbol{H}_k\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1}\boldsymbol{H}_k^T + \rho)^{-1} \tag{12}$$

$$\left.\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k} &= \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} - \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1}\boldsymbol{C}_k^T\boldsymbol{R}_{e,k}^{-1}\boldsymbol{C}_k\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} \\ \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k+1|k} &= \left(\boldsymbol{F}_k\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k}\boldsymbol{F}_k^T\right)/\rho \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

ここで、

$$\begin{aligned} e_{f,i} &= \check{z}_{i|i} - \boldsymbol{H}_i\boldsymbol{x}_i, \quad \hat{\boldsymbol{x}}_{0|0} = \check{\boldsymbol{x}}_0, \quad \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{1|0} = \boldsymbol{\Sigma}_0 \\ \boldsymbol{R}_{e,k} &= \boldsymbol{R}_k + \boldsymbol{C}_k\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1}\boldsymbol{C}_k^T, \quad \boldsymbol{R}_k = \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & -\rho\gamma_f^2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{C}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_k \\ \boldsymbol{H}_k \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{14}$$

$$0 < \rho = 1 - \chi(\gamma_f) \le 1, \quad \gamma_f > 1 \tag{15}$$

である。なお、式(11)はフィルタ方程式、式(12)はフィルタゲイン、式(13)はリカッチ方程式をそれぞれ示す。

また、駆動行列G_kは次のように生成される。

$$\boldsymbol{G}_k\boldsymbol{G}_k^T = \frac{\chi(\gamma_f)}{\rho}\boldsymbol{F}_k\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k}\boldsymbol{F}_k^T \tag{16}$$

また、上述の高速H$_\infty$フィルタの追従能力を向上するためには、上限値γ_fは次の存在条件を満たすように出来るだけ小さく設定する。

$$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{i|i}^{-1} = \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{i|i-1}^{-1} + \frac{1-\gamma_f^{-2}}{\rho}\boldsymbol{H}_i^T\boldsymbol{H}_i > 0, \quad i = 0, \ldots, k \tag{17}$$

ただし、$\chi(\gamma_f)$は、$\chi(1)=1$、$\chi(\infty)=0$を満たすγ_fの単調減衰関数である。

定理1の特徴は状態推定のロバスト化と忘却係数ρの最適化を同時に行っている点にある。

図2に、H$_\infty$フィルタのロバスト化と忘却係数ρの最適化についてのフローチャートを示す。ここで、

ブロック「EXC＞0」：H_∞フィルタの存在条件、

Δγ：正の実数、である。

まず、処理部101は、記憶部105又は入力部102から上限値γ_fを読み出し又は入力する(S101)。この例では、γ_f＞＞1 が与えられる。処理部101は、式(15)によって忘却係数ρを決定する(S103)。その後、処理部101は、忘却係数ρに基づき、式(10)～式(13)のハイパーH_∞フィルタを実行する(S105)。処理部101は、式(17)(あるいは、後述の式(18))の右辺(これをEXCとする)を計算し(S107)、その存在条件がすべての時刻で満たされれば(S109)、γ_fをΔγだけ小さくして同じ処理を繰り返す(S111)。一方、あるγ_fで存在条件を満たさなくなったとき(S109)、そのγ_fにΔγを加えたものをγ_fの最適値γ_f^{op}として出力部103に出力及び／又は記憶部105に記憶する(S113)。なお、この例では、Δγを加えているが、それ以外の予め設定された値を加えてもよい。この最適化のプロセスをγーイタレーションと呼ぶ。なお、処理部101は、H_∞フィルタ計算ステップS105及び存在条件の計算ステップS107等の各ステップで求めた適宜の中間値及び最終値を必要に応じて適宜記憶部105に記憶し、また、記憶部105から読み出すようにしてもよい。

ハイパーH_∞フィルタが存在条件を満たすとき、式(9)の不等式は常に満たされる。よって、式(9)の分母の外乱エネルギーが限定される場合、式(9)の分子の2乗推定誤差の総和は有界となり、ある時刻以降の推定誤差が0になる。これは、γ_fをより小さく出来れば、状態x_kの変化に推定値$\hat{x}_{k|k}$が速やかに追従できることを意味する。

ここで、定理1のハイパーH_∞フィルタのアルゴリズムは通常のH_∞フィルタのものとは異なることに注意されたい。また、$\gamma_f \rightarrow \infty$のとき、$\rho=1$、$G_k=0$となり、定理1の$H_\infty$フィルタのアルゴリズムはカルマンフィルタのアルゴリズムと一致する。

図3に、図2中の(ハイパー)H_∞フィルタ(S105)のアルゴリズムについてのフローチャートを示す。

ハイパーH$_\infty$フィルタリングアルゴリズムは以下のように要約することができる。

[ステップS201] 処理部101は、記憶部105から再帰式の初期条件を読み出し、又は、初期条件を入力部102から入力し、図示のように定める。なお、Lはあらかじめ定められた最大データ数を示す。

[ステップS203] 処理部101は、時刻kと最大データ数Lとを比較する。処理部101は、時刻kが最大データ数より大きければ処理を終了し、以下であれば次のステップに進む。(不要であれば条件文を取り除くことができる。または、必要に応じて再スタートを行ってもよい。)

[ステップS205] 処理部101は、フィルタゲイン$K_{s,k}$を式(12)を用いて計算する。

[ステップS207] 処理部101は、式(11)のハイパーH$_\infty$フィルタのフィルタ方程式を更新する。

[ステップS209] 処理部101は、誤差の共分散行列に対応する項$\hat{\Sigma}_{k|k}$、$\hat{\Sigma}_{k+1|k}$を式(13)のリカッチ方程式を用いて計算する。

[ステップS211] 時刻kを進ませて(k=k+1)、ステップS203に戻り、データがある限り続ける。

なお、処理部101は、H$_\infty$フィルタ計算ステップS205～S209等の各ステップで求めた適宜の中間値及び最終値、存在条件の値等を必要に応じて適宜記憶部105に記憶し、また、記憶部105から読み出すようにしてもよい。

(スカラー存在条件)

ところで、式(17)の存在条件の判定には$O(N^2)$の計算量が必要であった。しかし、次の条件を用いれば計算量O(N)で定理1のH$_\infty$フィルタの存在性、すなわち式(9)を検証することができる。

系1:スカラー存在条件

次の存在条件を用いれば計算量O(N)でハイパーH$_\infty$フィルタの存在性が判定でき

る。

$$-\varrho\hat{\Xi}_i \ + \ \rho\gamma_f^2 > 0, \quad i = 0, \cdots, k \tag{18}$$

ここで、

$$\varrho \ = \ 1 - \gamma_f^2, \quad \hat{\Xi}_i = \frac{\rho \boldsymbol{H}_i \boldsymbol{K}_{s,i}}{1 - \boldsymbol{H}_i \boldsymbol{K}_{s,i}}, \quad \rho = 1 - \chi(\gamma_f) \tag{19}$$

ただし、$K_{s,i}$は式（12）で求めたフィルタゲインである。

（証明）

以下に系1の証明を説明する。

2×2の行列$R_{e,k}$の特性方程式

$$\begin{aligned} |\lambda \boldsymbol{I} - \boldsymbol{R}_{e,k}| \ &= \ \begin{vmatrix} \lambda - (\rho + \boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} \boldsymbol{H}_k^T) & -\boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} \boldsymbol{H}_k^T \\ -\boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} \boldsymbol{H}_k^T & \lambda - (-\rho\gamma_f^2 + \boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} \boldsymbol{H}_k^T) \end{vmatrix} \\ &= \ \lambda^2 - (2\boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} \boldsymbol{H}_k^T + \rho\varrho)\lambda - \rho^2\gamma_f^2 + \rho\varrho \boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} \boldsymbol{H}_k^T = 0 \end{aligned}$$

を解けば、$R_{e,k}$の固有値λ_iが次のように得られる。

$$\lambda_i = \frac{\boldsymbol{\Phi} \pm \sqrt{\boldsymbol{\Phi}^2 - 4\rho\varrho \boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} \boldsymbol{H}_k^T + 4\rho^2\gamma_f^2}}{2}$$

ただし、$\boldsymbol{\Phi} = 2\boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} \boldsymbol{H}_k^T + \rho\varrho$, $\varrho = 1 - \gamma_f^2$である。

もし、

$$-4\rho\varrho \boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} \boldsymbol{H}_k^T + 4\rho^2\gamma_f^2 > 0$$

であれば、行列$R_{e,k}$の2つの固有値の1つは正となり、もう1つは負となり、行列R_kと$R_{e,k}$は同じイナーシャをもつ。これより、

$$\boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} \boldsymbol{H}_k^T = \frac{\boldsymbol{H}_k \tilde{\boldsymbol{K}}_k}{1 - \frac{1-\gamma_f^{-2}}{\rho} \boldsymbol{H}_k \tilde{\boldsymbol{K}}_k}, \quad \boldsymbol{H}_k \tilde{\boldsymbol{K}}_k = \frac{\rho \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{K}_{s,k}}{1 - \gamma_f^{-2} \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{K}_{s,k}}$$

を用いれば、式（18）の存在条件が得られる。ここで、$H_k K_{s,k}$の計算量はO（N）であ

る。

4. 数値的に安定な状態推定アルゴリズム

上述のハイパーH_∞フィルタは、$\hat{\Sigma}_{k|k-1} \in R^{N\times N}$を更新するため、単位時間ステップ当たりの計算量は$O(N^2)$となる、すなわち、$N^2$に比例する算術演算が必要となる。ここで、Nは状態ベクトルx_kの次元である。よって、x_kの次元が増加するにつれて本フィルタの実行に要する計算時間は急速に増大する。また、誤差共分散行列$\hat{\Sigma}_{k|k-1}$は、その性質から常に正定でなければならないが、数値的には負定になる場合がある。特に、単精度で計算した場合はこの傾向は顕著となる。このとき、フィルタは不安定となることが知られている。よって、アルゴリズムの実用化および低コスト化のためには、単精度(例:32bit)でも動作可能な状態推定アルゴリズムの開発が望まれる。

そこで、次に、

$R_k = R^{1/2}_k J_1 R^{1/2}_k$、

$R_{e,k} = R^{1/2}_{e,k} J_1 R^{1/2}_{e,k}$、

$\hat{\Sigma}_{k|k-1} = \hat{\Sigma}^{1/2}_{k|k-1} \hat{\Sigma}^{1/2}_{k|k-1}$

に着目して、数値的に安定化した定理1のH_∞フィルタ(平方根アレイアルゴリズム)を定理2に示す。ただし、ここでは簡単のため$F_k = I$としたが、$F_k \neq I$の場合も同様に求めることができる。以下に、数値的に安定な状態推定アルゴリズムを実現するための、ハイパーH_∞フィルタを示す。

（定理2）

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k}(y_k - H_k\hat{x}_{k-1|k-1}) \tag{20}$$

$$K_{s,k} = K_k(:,1)/R_{e,k}(1,1)\ ,\ K_k = \rho^{\frac{1}{2}}(\rho^{-\frac{1}{2}}K_kR_{e,k}^{-\frac{1}{2}}J_1^{-1})J_1R_{e,k}^{\frac{1}{2}} \tag{21}$$

$$\left[\begin{array}{c|c} R_k^{\frac{1}{2}} & C_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \\ \hline 0 & \rho^{-\frac{1}{2}}\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \end{array}\right]\Theta(k) = \left[\begin{array}{c|c} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \hline \rho^{-\frac{1}{2}}K_kR_{e,k}^{-\frac{1}{2}}J_1^{-1} & \hat{\Sigma}_{k+1|k}^{\frac{1}{2}} \end{array}\right] \tag{22}$$

ただし、

$$R_k = R_k^{\frac{1}{2}}J_1R_k^{\frac{1}{2}},\ R_k^{\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} \rho^{\frac{1}{2}} & 0 \\ 0 & \rho^{\frac{1}{2}}\gamma_f \end{bmatrix},\ J_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},\ \hat{\Sigma}_{k|k-1} = \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}}\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}}$$

$$R_{e,k} = R_k + C_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}C_k^T,\ C_k = \begin{bmatrix} H_k \\ H_k \end{bmatrix},\ R_{e,k} = R_{e,k}^{\frac{1}{2}}J_1R_{e,k}^{\frac{1}{2}},\ \hat{x}_{0|0} = \check{x}_0 \tag{23}$$

であり、$\Theta(k)$ は J-ユニタリ行列、すなわち$\Theta(k)J\Theta(k)^T = J$を満たし、$J = (J_1 \oplus I)$、$I$は単位行列である。また、$K_k(:,1)$ は行列K_kの１列目の列ベクトルを表す。

なお、式（21）、（22）において、J_1^{-1}およびJ_1は削除可能である。

図4に、定理2の平方根アレイアルゴリズムの説明図を示す。この計算アルゴリズムは、図2に示した定理1のフローチャート中のH_∞フィルタの計算（S105）で用いることができる。

本推定アルゴリズムは、$\hat{\Sigma}_{k|k-1}$をリカッチ型の更新式で求める代わりに、その因数行列$\hat{\Sigma}^{1/2}_{k|k-1} \in R^{N\times N}$（$\hat{\Sigma}_{k|k-1}$の平方根行列）をJ－ユニタリ変換に基づく更新式で求めている。このとき生じる1－1ブロック行列と2－1ブロック行列からフィルタゲイン$K_{s,k}$を図示のように求めている。このため、$\hat{\Sigma}_{k|k-1} = \hat{\Sigma}^{1/2}_{k|k-1}\hat{\Sigma}^{1/2}_{k|k-1} > 0$となり、$\hat{\Sigma}_{k|k-1}$の正定性は保証され、数値的に安定化できる。なお、定理2のH_∞フィルタの単位ステップ当たりの計算量は$O(N^2)$のままである。

なお、図4において、J_1^{-1}は削除可能である。

まず、処理部101は、式（22）の左辺の行列式の各要素に含まれる項を記憶部105から読み出し又は内部メモリ等から得て、J－ユニタリ変換を実行する（S301）。処理部101は、求めた式（22）の右辺の行列式の要素からシステムゲインK_k、$K_{s,k}$を

式(21)に基づき計算する(S303、S305)。処理部101は、式(20)に基づき状態推定値$\hat{x}_{k|k}$を計算する(S307)。

5. 状態推定のための数値的に安定な高速アルゴリズム

上述のように、定理2のH_∞フィルタの単位ステップ当たりの計算量は$O(N^2)$のままである。そこで、計算量の対策として、$\underline{H}_k=\underline{H}_{k+1}\Psi$, $\underline{H}_k=[u(k), \cdots, u(0), 0, \cdots, 0]$のとき、$\underline{x}_k=[x^T_k, 0^T]^T$の1ステップ予測誤差の共分散行列$\underline{\Sigma}_{k+1|k}$が

$$\underline{\Sigma}_{k+1|k}-\Psi\underline{\Sigma}_{k|k-1}\Psi^T=-\underline{L}_k R_{r,k}^{-1}\underline{L}_k^T, \quad \underline{L}_k=\begin{bmatrix}\tilde{L}_k\\ 0\end{bmatrix} \tag{24}$$

を満たすことを利用して、$\underline{\Sigma}_{k+1|k}$の代わりに次元の低い$\underline{L}_k$(すなわち$\tilde{L}_k$)を更新することを考える。ここで、$R_{r,k}=R_{r,k}^{\frac{1}{2}}SR_{r,k}^{\frac{1}{2}}$と表されることに注意すれば次の定理3が得られる。

(定理3)

$$\hat{x}_{k|k}=\hat{x}_{k-1|k-1}+\overline{K}_{s,k}(y_k-H_k\hat{x}_{k-1|k-1}) \tag{61}$$

$$\overline{K}_{s,k}=\overline{K}_k(:,1)/R_{e,k}(1,1)\ ,\ \overline{K}_k=\rho^{\frac{1}{2}}(\overline{K}_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}})R_{e,k}^{\frac{1}{2}} \tag{62}$$

$$\begin{bmatrix} R_{e,k+1}^{\frac{1}{2}} & 0\\ \begin{bmatrix}\overline{K}_{k+1}\\ 0\end{bmatrix}R_{e,k+1}^{-\frac{1}{2}}J_1 & \tilde{L}_{k+1}R_{r,k+1}^{-\frac{1}{2}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & \check{C}_{k+1}\tilde{L}_k R_{r,k}^{-\frac{1}{2}}\\ \begin{bmatrix}0\\ \overline{K}_k\end{bmatrix}R_{e,k}^{-\frac{1}{2}}J_1 & \rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{L}_k R_{r,k}^{-\frac{1}{2}}\end{bmatrix}\Theta(k) \tag{63}$$

ここで、$\Theta(k)$は任意のJ-ユニタリ行列であり、$\check{C}_k=\check{C}_{k+1}\Psi$が成り立つ。
ただし、

$$R_k=R_k^{\frac{1}{2}}J_1R_k^{\frac{1}{2}},\ R_k^{\frac{1}{2}}=\begin{bmatrix}\rho^{\frac{1}{2}} & 0\\ 0 & \rho^{\frac{1}{2}}\gamma_f\end{bmatrix},\ J_1=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix},\ \hat{\Sigma}_{k|k-1}=\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}}\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}}$$

$$R_{e,k}=R_k+C_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}C_k^T,\ C_k=\begin{bmatrix}H_k\\ H_k\end{bmatrix},\ R_{e,k}=R_{e,k}^{\frac{1}{2}}J_1R_{e,k}^{\frac{1}{2}},\ \hat{x}_{0|0}=\check{x}_0 \tag{23}$$

なお、定理3の証明は、後述する。

上式は、$K^{-}_k(=P^{-1/2}K_k)$の代わりにK_kについても整理することができる。

さらに、次のJ－ユニタリ行列

$$\Theta(k)=(J_1R_{e,k}^{\frac{1}{2}}\oplus -R_{r,k}^{\frac{1}{2}})\Sigma(k)(R_{e,k+1}^{-\frac{1}{2}}J_1^{-1}\oplus -R_{r,k+1}^{-\frac{1}{2}})$$

を用いれば定理4の高速化した状態推定アルゴリズムが得られる。ただし、Ψ はシフト行列を表す。

（定理4）

$$\hat{x}_{k|k}=\hat{x}_{k-1|k-1}+K_{s,k}(y_k-H_k\hat{x}_{k-1|k-1}) \tag{25}$$

$$K_{s,k}=\rho^{\frac{1}{2}}\overline{K}_k(:,1)/R_{e,k}(1,1) \tag{26}$$

$$\begin{bmatrix}\overline{K}_{k+1}\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\\overline{K}_k\end{bmatrix}-\rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{L}_kR_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T \tag{27}$$

$$\tilde{L}_{k+1}=\rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{L}_k-\begin{bmatrix}0\\\overline{K}_k\end{bmatrix}R_{e,k}^{-1}\check{C}_{k+1}\tilde{L}_k \tag{28}$$

$$R_{e,k+1}=R_{e,k}-\check{C}_{k+1}\tilde{L}_kR_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T \tag{29}$$

$$R_{r,k+1}=R_{r,k}-\tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^TR_{e,k}^{-1}\check{C}_{k+1}\tilde{L}_k \tag{30}$$

ただし、

$$\check{C}_{k+1}=\begin{bmatrix}\check{H}_{k+1}\\\check{H}_{k+1}\end{bmatrix},\quad \check{H}_{k+1}=[u_{k+1}\ u(k+1-N)]=[u(k+1)\ u_k],\quad \check{H}_1=[u(1),0,\ldots,0]$$

$$R_{e,1}=R_1+\check{C}_1\check{\Sigma}_{1|0}\check{C}_1^T,\quad R_1=\begin{bmatrix}\rho&0\\0&-\rho\gamma_f^2\end{bmatrix},\quad \check{\Sigma}_{1|0}=\mathrm{diag}\{\rho^2,\rho^3,\ldots,\rho^{N+2}\},\quad \rho=1-\chi(\gamma_f)$$

$$\tilde{L}_0=\begin{bmatrix}1&0\\0&0\\0&1\end{bmatrix}\in\mathcal{R}^{(N+1)\times 2},\quad R_{r,0}=\begin{bmatrix}-1&0\\0&\rho^{-N}\end{bmatrix},\quad \overline{K}_0=0,\quad \hat{x}_{0|0}=\check{x}_0\,,\quad \overline{K}_k=\rho^{-\frac{1}{2}}K_k \tag{31}$$

であり、diag｛・｝は対角行列、$R_{e,k+1}(1,1)$は行列$R_{e,k+1}$の1－1成分をそれぞれ表す。また、上式はK^{-}_{k}の代わりにK_kに関しても整理できる。

本高速アルゴリズムは、次の因数分解

$$\underline{\Sigma}_{k+1|k}-\Psi\underline{\Sigma}_{k|k-1}\Psi^T=-\underline{L}_kR_{r,k}^{-1}\underline{L}_k^T \tag{32}$$

における$L^{\sim}_{k}\in R^{(N+1)\times 2}$の更新によってフィルタゲイン$K_{s,k}$を求めているので、単位ス

テップ当たりの計算量はO(N+1)で済む。ここで、次式に注意されたい。

$$\begin{bmatrix} \overline{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} = \rho^{-\frac{1}{2}} \left(\underline{\Sigma}_{k+1|k} \check{C}_{k+1}^T - \Psi \underline{\Sigma}_{k|k-1} \check{C}_k^T \right)$$

図5に、定理3の数値的に安定な高速アルゴリズムのフローチャートを示す。この高速アルゴリズムは図2のH_∞フィルタの計算ステップ(S105)に組み込まれ、γーイタレーションによって最適化される。よって、存在条件が満たされる間はγ_fは除々に減少されるが、満たされなくなった時点で、図示のようにγ_fは増加される。

H_∞フィルタリングアルゴリズムは以下のように要約することができる。

[ステップS401] 処理部101は、再帰式の初期条件を図示のように定める。なお、Lは最大データ数を示す。

[ステップS403] 処理部101は、時刻kと最大データ数Lとを比較する。処理部101は、時刻kが最大データ数より大きければ処理を終了し、以下であれば次のステップに進む。(不要であれば条件文を取り除くことができる。または、再スタートする。)

[ステップS405] 処理部101は、フィルタゲインに対応する項K_{k+1}を式(27)、(31)を用いて再帰的に計算する。

[ステップS406] 処理部101は、$R_{e,k+1}$を式(29)を用いて再帰的に計算する。

[ステップS407] 処理部101は、さらに$K_{s,k}$を式(26)、(31)を用いて計算する。

[ステップS409] 処理部101は、ここで、存在条件EXC>0を判定し、存在条件を満たせばステップS411に進む。

[ステップS413] 一方、処理部101は、ステップS409で存在条件を満たさなければγ_fを増加し、ステップS401に戻る。

[ステップS411] 処理部101は、式(25)のH_∞フィルタのフィルタ方程式を更新する。

[ステップS415] 処理部101は、$R_{r,k+1}$を式(30)を用いて再帰的に計算する。ま

た、処理部101は、$L^{\sim}_{k+1}$を式(28)、(31)を用いて再帰的に計算する。

[ステップS419] 処理部101は、時刻kを進ませて(k=k+1)、ステップS403に戻り、データがある限り続ける。

なお、処理部101は、H_{∞}フィルタ計算ステップS405〜S415及び存在条件の計算ステップS409等の各ステップで求めた適宜の中間値及び最終値を必要に応じて適宜記憶部105に記憶し、また、記憶部105から読み出すようにしてもよい。

6. エコーキャンセラ

つぎに、エコーキャンセリング問題の数理モデルを作成する。

まず、受信信号$\{u_k\}$がエコーパスへの入力信号となることを考慮すれば、エコーパスの(時変)インパルス応答$\{h_i[k]\}$により、エコー$\{d_k\}$の観測値$\{y_k\}$は次式で表される。

$$y_k = d_k + v_k = \sum_{i=0}^{N-1} h_i[k] u_{k-i} + v_k, \quad k = 0, 1, 2, \cdots \tag{33}$$

ここで、u_k, y_kはそれぞれ時刻t_k(=kT;Tは標本化周期)における受信信号とエコーを表し、v_kは時刻t_kにおける平均値0の回線雑音とし、$h_i[k]$, i=0, ・・・, N−1 は、時変インパルス応答であり、そのタップ数Nは既知とする。このとき、インパルス応答の推定値$\{\hat{h}_i[k]\}$が時々刻々得られれば、それを用いて次のように疑似エコーが生成される。

$$\hat{d}_k = \sum_{i=0}^{N-1} \hat{h}_i[k] u_{k-i}, \quad k = 0, 1, 2, \cdots \tag{34}$$

これをエコーから差し引けば($y_k - \hat{d}_k \fallingdotseq 0$)、エコーをキャンセルすることができる。ただし、k−i<0のときu_{k-1}=0とする。

以上より、問題は直接観測可能な受信信号$\{u_k\}$とエコー$\{y_k\}$からエコーパスのインパルス応答$\{h_i[k]\}$を逐次推定する問題に帰着できる。

一般に、エコーキャンセラにH_∞フィルタを適用するには、まず式(32)を状態方程式と観測方程式からなる状態空間モデルで表現しなければならない。そこで、問題がインパルス応答$\{h_i[k]\}$を推定することであるから、$\{h_i[k]\}$を状態変数x_kとし、w_k程度の変動を許容すれば、エコーパスに対して次の状態空間モデルを立てることができる。

$$x_{k+1} = x_k + G_k w_k, \qquad x_k, w_k \in \mathcal{R}^N \tag{35}$$
$$y_k = H_k x_k + v_k, \qquad y_k, v_k \in \mathcal{R} \tag{36}$$
$$z_k = H_k x_k, \qquad z_k \in \mathcal{R},\ H_k \in \mathcal{R}^{1\times N} \tag{37}$$

ただし、

$$\begin{aligned} x_k &= [h_0[k], \cdots, h_{N-1}[k]]^T, \quad w_k = [w_k(1), \cdots, w_k(N)]^T \\ H_k &= [u_k, \cdots, u_{k-N+1}] \end{aligned}$$

このような状態空間モデルに対するハイパーおよび高速H_∞フィルタリングアルゴリズムは先に述べて通りである。また、インパルス応答の推定の際、送信信号の発生を検知するとその間推定を中止するのが一般的である。

7．インパルス応答に対する評価

（動作の確認）

エコーパスのインパルス応答が時間的に不変であり($h_i[k]=h_i$)、かつそのタップ数Nが48である場合について、シミュレーションを用いて、本高速アルゴリズムの動作を確認する。

$$y_k = \sum_{i=0}^{47} h_i u_{k-i} + v_k \tag{38}$$

なお、図6は、ここでのインパルス応答$\{h_i\}$の値を示す図である。

ここで、インパルス応答$\{h_i\}_{i=0}^{23}$は、図示の値を採用し、その他$\{h_i\}_{i=24}^{47}$は0とする。また、υ_kは平均値0、分散$\sigma_v^2=1.0\times10^{-6}$の定常なガウス白色雑音とし、標本化

周期Tを便宜上1．0とする。

また、受信信号$\{u_k\}$は次のように2次のARモデルで近似する。

$$u_k=\alpha_1 u_{k-1}+\alpha_2 u_{k-2}+w_k' \quad (39)$$

ただし、$\alpha_1=0.7$, $\alpha_2=0.1$とし、w_k' は平均値0、分散$\sigma_{w'}^2=0.04$の定常なガウス白色雑音とする。

（インパルス応答の推定結果）

図7に、定理3の数値的に安定な高速アルゴリズムによるインパルス応答の推定結果を示す。ここで、図7(b)の縦軸は、

$$\sqrt{\{\Sigma_{i=0}^{47}(h_i-\hat{x}_k(i+1))^2\}}$$

を表す。

これより、本高速アルゴリズムによって良好に推定出来ていることがわかる。ただし、$\rho=1-\chi(\gamma_f)$、$\chi(\gamma_f)=\gamma_f^{-2}$、$\hat{x}_{0|0}=0$、$\hat{\Sigma}_{1|0}=20I$とし、計算は倍精度で行った。また、存在条件を確認しつつ、$\gamma_f=5.5$ と設定とした。

8．　定理の証明

8－1．　定理2の証明

次の関係式

$$\begin{bmatrix} R_k^{\frac{1}{2}} & C_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \\ 0 & \rho^{-\frac{1}{2}}\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} J \begin{bmatrix} R_k^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}}C_k^T & \rho^{-\frac{1}{2}}\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \rho^{-\frac{1}{2}}K_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1} & \hat{\Sigma}_{k+1|k}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} J \begin{bmatrix} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & \rho^{-\frac{1}{2}}J_1^{-1}R_{e,k}^{-\frac{1}{2}}K_k^T \\ 0 & \hat{\Sigma}_{k+1|k}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \quad (40)$$

が成り立つとき、両辺の2×2ブロック行列の各項を比較すれば次式が得られる。

$$R_{e,k} = R_k + C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} C_k^T \tag{41}$$
$$K_k = \hat{\Sigma}_{k|k-1} C_k^T \tag{42}$$
$$\hat{\Sigma}_{k+1|k} + \rho^{-1} K_k R_{e,k}^{-1} K_k^T = \rho^{-1} \hat{\Sigma}_{k|k-1} \tag{43}$$

これは定理1のF_k=Iのときの式(13)のリカッチ方程式と一致する。ただし、

$$J = (J_1 \oplus I), \quad J_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad C_k = \begin{bmatrix} H_k \\ H_k \end{bmatrix} \tag{44}$$

一方、$AJA^T = BJB^T$が成り立つとき、BはJ−ユニタリ行列Θ(k)を用いてB=AΘ(k)と表すことができる。よって、式(40)より定理1のリカッチ方程式は次式と等価である。

$$\begin{bmatrix} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \rho^{-\frac{1}{2}} K_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1} & \hat{\Sigma}_{k+1|k}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_k^{\frac{1}{2}} & C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \\ 0 & \rho^{-\frac{1}{2}} \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \Theta(k) \tag{45}$$

なお、式(40)、(45)において、J_1^{-1}は削除可能である。

8−2. 定理3の証明

次のようにブロック三角化するJ−ユニタリ行列 Θ(k)が存在すると仮定する。

$$\begin{bmatrix} X & 0 \\ Y & Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-\frac{1}{2}} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1 & \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \Theta(k).$$

このとき、上式の両辺J=(J_1⊕−S)−ノルムを比較すれば、左辺のX、Y、Zを以下のように決定することができる。ただし、Sは対角成分が1または−1をとる対角行列とする。

(1, 1)ーブロック行列

$$
\begin{aligned}
&XJ_1X^T \\
&\quad = R_{e,k} - \check{C}_{k+1}\tilde{L}_k R_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T \\
&\quad = R_{e,k} + \check{C}_{k+1}\left(\check{\Sigma}_{k+1|k} - \Psi\check{\Sigma}_{k|k-1}\Psi^T\right)\check{C}_{k+1}^T \\
&\quad = R_{e,k} + \check{C}_{k+1}\check{\Sigma}_{k+1|k}\check{C}_{k+1}^T - \check{C}_k\check{\Sigma}_{k|k-1}\check{C}_k^T \\
&\quad = R_{e,k} + (R_{e,k+1} - R_{k+1}) - (R_{e,k} - R_k) = R_{e,k+1}
\end{aligned}
$$

よって、$R_{e,k+1} = R_{e,k+1}^{\frac{1}{2}} J_1 R_{e,k+1}^{\frac{1}{2}}$, $R_{k+1} = R_k$ より、$X = R_{e,k+1}^{\frac{1}{2}}$を得る。ここで、$J_1^{-1} = J_1$ ($J_1^2 = I$), $S^{-1} = S$, $R_{e,k+1}^T = R_{e,k+1}$, $R_{r,k}^T = R_{r,k}$, $R_{r,k}^{-1} = R_{r,k}^{-\frac{1}{2}} S R_{r,k}^{-\frac{1}{2}}$, $\check{C}_k = \check{C}_{k+1}\Psi$ ($\check{C}_k^T = \Psi^T\check{C}_{k+1}^T$) が成り立つことに注意されたい。

(2, 1)ーブロック行列

$$
\begin{aligned}
&YJ_1X^T \\
&\quad = \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} - \rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{L}_k R_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T \\
&\quad = \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} + \rho^{-\frac{1}{2}}\left(\check{\Sigma}_{k+1|k} - \Psi\check{\Sigma}_{k|k-1}\Psi^T\right)\check{C}_{k+1}^T \\
&\quad = \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} + \rho^{-\frac{1}{2}}\left(\check{\Sigma}_{k+1|k}\check{C}_{k+1}^T - \Psi\check{\Sigma}_{k|k-1}\check{C}_k^T\right) \\
&\quad = \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \overline{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} \\
&\quad = \begin{bmatrix} \overline{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

これより、$Y = \begin{bmatrix} \overline{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} R_{e,k+1}^{-\frac{1}{2}} J_1$を得る。ただし、$\check{C}_k^T = (\check{C}_{k+1}\Psi)^T$である。

（2，2）ーブロック行列

$$
\begin{aligned}
-ZSZ^T + YJ_1Y^T &\\
&= \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix}^T - \rho^{-1}\tilde{L}_k R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \\
&= \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix}^T + \rho^{-1}\left(\check{\Sigma}_{k+1|k} - \Psi \check{\Sigma}_{k|k-1} \Psi^T\right) \\
&= \rho^{-1}\Psi \left(\begin{bmatrix} K_k \\ 0 \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1} \begin{bmatrix} K_k \\ 0 \end{bmatrix}^T - \check{\Sigma}_{k|k-1} \right) \Psi^T + \rho^{-1} \check{\Sigma}_{k+1|k} \\
&= -\Psi \check{\Sigma}_{k+1|k} \Psi^T + \check{\Sigma}_{k+2|k+1} + \begin{bmatrix} \overline{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} R_{e,k+1}^{-1} \begin{bmatrix} \overline{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix}^T
\end{aligned}
$$

これより、

$$
-ZSZ^T = \check{\Sigma}_{k+2|k+1} - \Psi \check{\Sigma}_{k+1|k} \Psi^T = -\tilde{L}_{k+1} R_{r,k+1}^{-\frac{1}{2}} S R_{r,k+1}^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_{k+1}^T
$$

となり、$Z = \tilde{L}_{k+1} R_{r,k+1}^{-\frac{1}{2}}$ を得る。

8－3． 定理4の証明

観測行列H_kがシフト特性をもち、かつ

$$
J = (J_1 \oplus -S)
$$

のとき、定理2と同様な方法によって次の関係式が得られる。

$$
\begin{bmatrix} R_{e,k+1} & 0 \\ \begin{bmatrix} \overline{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} & \tilde{L}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{e,k} & \check{C}_{k+1}\tilde{L}_k \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} & \rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{L}_k \end{bmatrix} \Theta(k) \tag{46}
$$

ただし、

$$
\Theta(k) = (J_1 R_{e,k}^{\frac{1}{2}} \oplus -R_{r,k}^{\frac{1}{2}}) \Sigma(k) (R_{e,k+1}^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1} \oplus -R_{r,k+1}^{-\frac{1}{2}})
$$

$$
\Sigma(k) = \begin{bmatrix} I & -R_{e,k}^{-1}\check{C}_{k+1}\tilde{L}_k \\ -R_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T & I \end{bmatrix} \tag{47}
$$

とし、$\Sigma(k)^T (R_{e,k} \oplus -R_{r,k})\, \Sigma(k) = (R_{e,k+1} \oplus -R_{r,k+1})$

となるように$R_{r,\ k+1}$を決定する。次に、式（46）の3行目に$R_{r,\ k+1}$の更新式を新たに追

加すれば、最終的に次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} R_{e,k+1} & 0 \\ \begin{bmatrix} \overline{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} & \tilde{L}_{k+1} \\ 0 & R_{r,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{e,k} & \check{C}_{k+1}\tilde{L}_k \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} & \rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{L}_k \\ \tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T & R_{r,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & -R_{e,k}^{-1}\check{C}_{k+1}\tilde{L}_k \\ -R_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T & I \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} R_{e,k} - \check{C}_{k+1}\tilde{L}_k R_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T & 0 \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} - \rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{L}_k R_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T & \rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{L}_k - \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1}\check{C}_{k+1}\tilde{L}_k \\ 0 & R_{r,k} - \tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T R_{e,k}^{-1}\check{C}_{k+1}\tilde{L}_k \end{bmatrix} \tag{48}$$

この両辺の3×2ブロック行列の各項の対応から次のゲイン行列K^{-}_{k}の更新式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \overline{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} - \rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{L}_k R_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T \tag{49}$$

$$\tilde{L}_{k+1} = \rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{L}_k - \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1}\check{C}_{k+1}\tilde{L}_k \tag{50}$$

$$R_{e,k+1} = R_{e,k} - \check{C}_{k+1}\tilde{L}_k R_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T \tag{51}$$

$$R_{r,k+1} = R_{r,k} - \tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T R_{e,k}^{-1}\check{C}_{k+1}\tilde{L}_k \tag{52}$$

産業上の利用可能性

一般に、通常の民間の通信機器などでは、コストと速度の面から単精度で計算が行われる場合が多い。このため、本発明は実用的な状態推定アルゴリズムとして様々な産業分野にその効果をもたらすであろう。また、本発明は、通信システムや音響システムにおけるエコーキャンセラ、音場再生又は騒音制御などに適用することができる。

請求の範囲

1．次式で表される状態空間モデルに対して、

$x_{k+1}=F_kx_k+G_kw_k$

$y_k=H_kx_k+v_k$

$z_k=H_kx_k$

ここで、

x_k：状態ベクトルまたは単に状態

w_k：システム雑音

v_k：観測雑音

y_k：観測信号

z_k：出力信号

F_k：システムのダイナミックス

G_k：駆動行列

評価基準として忘却係数ρで重み付けされた外乱からフィルタ誤差への最大エネルギーゲインを予め与えられた上限値γ_fに対応する項より小さく抑えるように定めた、推定アルゴリズムにおいて、状態推定のロバスト化と忘却係数ρの最適化を同時に行うためのシステム推定方法であって、

処理部は、上限値γ_f、フィルタの入力である観測信号y_k、観測行列H_kを含む値を記憶部又は入力部から入力するステップと、

処理部は、前記上限値γ_fに従い、状態空間モデルに関連する忘却係数ρを決定するステップと、

処理部は、記憶部から初期値又はある時刻の観測行列H_kを含む値を読み取り、前記忘却係数ρを用いて次式で表されるハイパーH_∞フィルタを実行するステップと、

$\hat{x}_{k|k}=F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1}+K_{s,k}(y_k-H_kF_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1})$

ここで、

$\hat{x}_{k|k}$:観測信号y_0～y_kまでを用いた時刻kの状態x_kの推定値

$K_{s,k}$:フィルタゲイン

処理部は、ハイパーH∞フィルタに関する求められた値を記憶部に記憶するステップと、

処理部は、求められた観測行列H_i、又は、観測行列H_iとフィルタゲイン$K_{s,i}$により、前記上限値γ_f及び前記忘却係数ρに基づく存在条件を計算するステップと、

処理部は、上限値γ_fを小さくしていき前記ハイパーH∞フィルタを実行するステップを繰り返すことで、各時刻で前記存在条件が満たされる範囲で上限値を小さく設定し、その値を記憶部に記憶するステップと、

を含む前記システム推定方法。

2. 処理部は、前記存在条件を次式に従い計算する請求項1に記載のシステム推定方法。

$$\hat{\Sigma}_{i|i}^{-1} = \hat{\Sigma}_{i|i-1}^{-1}+\frac{1-\gamma_f^{-2}}{\rho}H_i^TH_i>0,\quad i=0,\ldots,k \tag{17}$$

3. 処理部は、前記存在条件を次式に従い計算する請求項1に記載のシステム推定方法。

$$-\varrho\hat{\Xi}_i + \rho\gamma_f^2>0,\quad i=0,\cdots,k \tag{18}$$

ここで、

$$\varrho = 1-\gamma_f^2,\quad \hat{\Xi}_i=\frac{\rho H_iK_{s,i}}{1-H_iK_{s,i}},\quad \rho=1-\chi(\gamma_f) \tag{19}$$

4．前記忘却係数ρ及び前記上限値γ_fは、次式の関係である請求項1に記載のシステム推定方法。

$0<\rho=1-\chi(\gamma_f)\leqq 1$ （ただし、$\chi(\gamma_f)$は、$\chi(1)=1$、$\chi(\infty)=0$を満たすγ_fの単調減衰関数）

5．前記ハイパーH$_\infty$フィルタを実行するステップは、

処理部は、前記フィルタゲイン$K_{s,k}$を、次式により求めることを特徴とする請求項1に記載のシステム推定方法。

$$\check{z}_{k|k}=H_k\hat{x}_{k|k} \tag{10}$$

$$\hat{x}_{k|k}=F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1}+K_{s,k}(y_k-H_kF_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1}) \tag{11}$$

$$K_{s,k}=\hat{\Sigma}_{k|k-1}H_k^T(H_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}H_k^T+\rho)^{-1} \tag{12}$$

$$\left.\begin{aligned}\hat{\Sigma}_{k|k}&=\hat{\Sigma}_{k|k-1}-\hat{\Sigma}_{k|k-1}C_k^TR_{e,k}^{-1}C_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}\\ \hat{\Sigma}_{k+1|k}&=\left(F_k\hat{\Sigma}_{k|k}F_k^T\right)/\rho\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

ここで、

$$e_{f,i}=\check{z}_{i|i}-H_ix_i,\quad \hat{x}_{0|0}=\check{x}_0,\quad \hat{\Sigma}_{1|0}=\Sigma_0$$

$$R_{e,k}=R_k+C_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}C_k^T,\quad R_k=\begin{bmatrix}\rho & 0\\ 0 & -\rho\gamma_f^2\end{bmatrix},\quad C_k=\begin{bmatrix}H_k\\ H_k\end{bmatrix} \tag{14}$$

$$0<\rho=1-\chi(\gamma_f)\leq 1,\quad \gamma_f>1 \tag{15}$$

$$G_kG_k^T=\frac{\chi(\gamma_f)}{\rho}F_k\hat{\Sigma}_{k|k}F_k^T \tag{16}$$

なお、式（16）の右辺はより一般化することもできる。

ここで、

x_k：状態ベクトルまたは単に状態

y_k：観測信号

z_k：出力信号

F_k：システムのダイナミックス

H_k:観測行列

$\hat{x}_{k|k}$:観測信号y_0〜y_kまでを用いた時刻kの状態x_kの推定値

$\hat{\Sigma}_{k|k}$:$\hat{x}_{k|k}$の誤差の共分散行列に対応

$K_{s,k}$:フィルタゲイン

$e_{f,i}$:フィルタ誤差

$R_{e,k}$:補助変数

6. 前記ハイパーH∞フィルタを実行するステップは、

処理部は、初期条件に基づき、フィルタゲイン$K_{s,k}$を前記式(12)を用いて計算するステップと、

処理部は、前記式(11)のH∞フィルタのフィルタ方程式を更新するステップと、

処理部は、$\hat{\Sigma}_{k|k}$、$\hat{\Sigma}_{k+1|k}$を前記式(13)を用いて計算するステップと、

処理部は、前記各ステップを、時刻kを進ませて繰り返し実行するステップと

を含む請求項5に記載のシステム推定方法。

7. 前記ハイパーH∞フィルタを実行するステップは、

処理部は、前記フィルタゲイン$K_{s,k}$を、ゲイン行列K_kを用いて、次式により求めることを特徴とする請求項1に記載のシステム推定方法。

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k}(y_k - H_k\hat{x}_{k-1|k-1}) \tag{20}$$

$$K_{s,k} = K_k(:,1)/R_{e,k}(1,1)\ ,\ K_k = \rho^{\frac{1}{2}}(\rho^{-\frac{1}{2}}K_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1}) J_1 R_{e,k}^{\frac{1}{2}} \tag{21}$$

$$\left[\begin{array}{c|c} R_k^{\frac{1}{2}} & C_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \\ \hline 0 & \rho^{-\frac{1}{2}}\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \end{array}\right]\Theta(k) = \left[\begin{array}{c|c} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \hline \rho^{-\frac{1}{2}}K_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1} & \hat{\Sigma}_{k+1|k}^{\frac{1}{2}} \end{array}\right] \tag{22}$$

ただし、

$$R_k = R_k^{\frac{1}{2}} J_1 R_k^{\frac{1}{2}},\ \ R_k^{\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} \rho^{\frac{1}{2}} & 0 \\ 0 & \rho^{\frac{1}{2}}\gamma_f \end{bmatrix},\ \ J_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},\ \ \hat{\Sigma}_{k|k-1} = \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}}\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}}$$

$$R_{e,k} = R_k + C_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}C_k^T,\ \ C_k = \begin{bmatrix} H_k \\ H_k \end{bmatrix},\ \ R_{e,k} = R_{e,k}^{\frac{1}{2}} J_1 R_{e,k}^{\frac{1}{2}},\ \ \hat{x}_{0|0} = \check{x}_0 \tag{23}$$

であり、$\Theta(k)$ は J-ユニタリ行列、すなわち$\Theta(k)J\Theta(k)^T = J$を満たし、$J = (J_1 \oplus I)$、$I$は単位行列である。また、$K_k(:,1)$ は行列K_kの１列目の列ベクトルを表す。

なお、式（21）、（22）において、J_1^{-1}およびJ_1は削除可能である。

ここで、

$\hat{x}_{k|k}$：観測信号y_0〜y_kまでを用いた時刻kの状態x_kの推定値

y_k：観測信号

F_k：システムのダイナミックス

$K_{s,k}$：フィルタゲイン

H_k：観測行列

$\hat{\Sigma}_{k|k}$：$\hat{x}_{k|k}$の誤差の共分散行列に対応

Θ（k）：Ｊ－ユニタリ行列

$R_{e,k}$：補助変数

8. 前記ハイパーH$_\infty$フィルタを実行するステップは、

処理部は、K_k、$\hat{\Sigma}_{k+1|k}^{1/2}$を前記式（22）を用いて計算するステップと、

処理部は、初期条件に基づき、フィルタゲイン$K_{s,k}$を前記式（21）を用いて計算

するステップと、

処理部は、前記式(20)のH_∞フィルタのフィルタ方程式を更新するステップと、

処理部は、前記各ステップを、時刻kを進ませて繰り返し実行するステップと

を含む請求項7に記載のシステム推定方法。

9．前記ハイパーH_∞フィルタを実行するステップは、

処理部は、前記フィルタゲイン$K_{s,k}$を、ゲイン行列K_kを用いて、次式により求めることを特徴とする請求項1に記載のシステム推定方法。

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k-1|k-1} + \overline{K}_{s,k}(y_k - H_k\hat{x}_{k-1|k-1}) \tag{61}$$

$$\overline{K}_{s,k} = \overline{K}_k(:,1)/R_{e,k}(1,1)\ ,\ \overline{K}_k = \rho^{\frac{1}{2}}(\overline{K}_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}})R_{e,k}^{\frac{1}{2}} \tag{62}$$

$$\begin{bmatrix} R_{e,k+1}^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \begin{bmatrix} \overline{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} R_{e,k+1}^{-\frac{1}{2}} J_1 & \tilde{L}_{k+1} R_{r,k+1}^{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & \check{C}_{k+1}\tilde{L}_k R_{r,k}^{-\frac{1}{2}} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1 & \rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{L}_k R_{r,k}^{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \Theta(k) \tag{63}$$

ここで、$\Theta(k)$ は任意の J-ユニタリ行列であり、$\check{C}_k = \check{C}_{k+1}\Psi$が成り立つ。
ただし、

$$R_k = R_k^{\frac{1}{2}} J_1 R_k^{\frac{1}{2}},\ \ R_k^{\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} \rho^{\frac{1}{2}} & 0 \\ 0 & \rho^{\frac{1}{2}}\gamma_f \end{bmatrix},\ \ J_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},\ \ \hat{\Sigma}_{k|k-1} = \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}}\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}}$$

$$R_{e,k} = R_k + C_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}C_k^T,\ \ C_k = \begin{bmatrix} H_k \\ H_k \end{bmatrix},\ \ R_{e,k} = R_{e,k}^{\frac{1}{2}} J_1 R_{e,k}^{\frac{1}{2}},\ \ \hat{x}_{0|0} = \check{x}_0 \tag{23}$$

ここで、

$\hat{x}_{k|k}$：観測信号y_0～y_kまでを用いた時刻kの状態x_kの推定値

y_k：観測信号

$K_{s,k}$：フィルタゲイン

H_k：観測行列

$\Theta(k)$：Jーユニタリ行列

$R_{e,k}$：補助変数

10．前記ハイパーH$_\infty$フィルタを実行するステップは、

処理部は、K^{-}_{k}を前記式（63）を用いて計算するステップと、

処理部は、初期条件に基づき、フィルタゲイン$K^{-}_{s,k}$を前記式（62）を用いて計算するステップと、

処理部は、前記式（61）のH$_\infty$フィルタのフィルタ方程式を更新するステップと、

処理部は、前記各ステップを、時刻kを進ませて繰り返し実行するステップと

を含む請求項9に記載のシステム推定方法。

11．前記ハイパーH$_\infty$フィルタを実行するステップは、

処理部は、フィルタゲイン$K_{s,k}$を、ゲイン行列K^{-}_{k}を用いて、次式により求める請求項1に記載のシステム推定方法。

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k}(y_k - H_k\hat{x}_{k-1|k-1}) \tag{25}$$

$$K_{s,k} = \rho^{\frac{1}{2}}\overline{K}_k(:,1)/R_{e,k}(1,1) \tag{26}$$

$$\begin{bmatrix} \overline{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} - \rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{L}_k R_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T \tag{27}$$

$$\tilde{L}_{k+1} = \rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{L}_k - \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1}\check{C}_{k+1}\tilde{L}_k \tag{28}$$

$$R_{e,k+1} = R_{e,k} - \check{C}_{k+1}\tilde{L}_k R_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T \tag{29}$$

$$R_{r,k+1} = R_{r,k} - \tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T R_{e,k}^{-1}\check{C}_{k+1}\tilde{L}_k \tag{30}$$

ただし、

$$\check{C}_{k+1} = \begin{bmatrix} \check{H}_{k+1} \\ \check{H}_{k+1} \end{bmatrix},\quad \check{H}_{k+1} = [u_{k+1}\ u(k+1-N)] = [u(k+1)\ u_k],\quad \check{H}_1 = [u(1), 0, \ldots, 0]$$

$$R_{e,1} = R_1 + \check{C}_1\check{\Sigma}_{1|0}\check{C}_1^T,\quad R_1 = \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & -\rho\gamma_f^2 \end{bmatrix},\quad \check{\Sigma}_{1|0} = \mathrm{diag}\{\rho^2, \rho^3, \ldots, \rho^{N+2}\},\quad \rho = 1 - \chi(\gamma_f)$$

$$\tilde{L}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{(N+1)\times 2},\quad R_{r,0} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \rho^{-N} \end{bmatrix},\quad \overline{K}_0 = 0,\quad \hat{x}_{0|0} = \check{x}_0,\quad \overline{K}_k = \rho^{-\frac{1}{2}}K_k \tag{31}$$

なお、上式はK^{-}_{k}の代わりにK_kに関しても整理できる。

ここで、

y_k:観測信号

F_k:システムのダイナミックス

H_k:観測行列

$\hat{x}_{k|k}$:観測信号y_0〜y_kまでを用いた時刻kの状態x_kの推定値

$K_{s,k}$:フィルタゲイン;ゲイン行列$\bar{K}_k$から得られる。

$R_{e,k}$、$\tilde{L}_k$:補助変数

12．前記ハイパーH∞フィルタを実行するステップは、

処理部は、予め定められた初期条件に基づき、$\bar{K}_{k+1}$を前記式(27)を用いて再帰的に計算するステップと、

処理部は、システムゲイン$K_{s,k}$を前記式(26)を用いて計算するステップと、

処理部は、存在条件を計算するステップと、

処理部は、前記存在条件を満たせば、前記式(25)のH∞フィルタのフィルタ方程式を更新し、時刻kを進ませて繰り返し各前記ステップを繰り返し実行するステップと、

処理部は、前記存在条件を満たさなければ上限値γ_fを増加するステップとを含む請求項11に記載のシステム推定方法。

13．さらに、次式により時刻kの状態推定値$\hat{x}_{k|k}$から出力信号の推定値$\check{z}_{k|k}$を求めるようにした請求項1に記載のシステム推定方法。

$$\check{z}_{k|k}=H_k\hat{x}_{k|k}$$

14．前記H∞フィルタ方程式を適用し、状態推定値$\hat{x}_{k|k}$を求め、

擬似エコーを次式のように推定し、

求められた擬似エコーで実際のエコーを打ち消すことによりエコーキャンセラを実現する請求項1に記載のシステム推定方法。

$$\hat{d}_k = \sum_{i=0}^{N-1} \hat{h}_i[k] u_{k-i}, \quad k = 0, 1, 2, \cdots \tag{34}$$

15．次式で表される状態空間モデルに対して、

$x_{k+1} = F_k x_k + G_k w_k$

$y_k = H_k x_k + v_k$

$z_k = H_k x_k$

ここで、

x_k:状態ベクトルまたは単に状態

w_k:システム雑音

v_k:観測雑音

y_k:観測信号

z_k:出力信号

F_k:システムのダイナミックス

G_k:駆動行列

評価基準として忘却係数ρで重み付けされた外乱からフィルタ誤差への最大エネルギーゲインを予め与えられた上限値γ_fに対応する項より小さく抑えるように定めた、推定アルゴリズムにおいて、状態推定のロバスト化と忘却係数ρの最適化を同時にコンピュータに実行させるためのシステム推定プログラムであって、

処理部は、上限値γ_f、フィルタの入力である観測信号y_k、観測行列H_kを含む値を記憶部又は入力部から入力するステップと、

処理部は、前記上限値γ_fに従い、状態空間モデルに関連する忘却係数ρを

決定するステップと、

処理部は、記憶部から初期値又はある時刻の観測行列H_kを含む値を読み取り、前記忘却係数ρを用いて次式で表されるハイパーH∞フィルタを実行するステップと、

$$\hat{x}_{k|k}=F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1}+K_{s,k}(y_k-H_kF_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1})$$

ここで、

$\hat{x}_{k|k}$:観測信号y_0～y_kまでを用いた時刻kの状態x_kの推定値

F_k:システムのダイナミックス

$K_{s,k}$:フィルタゲイン

処理部は、ハイパーH∞フィルタに関する求められた値を記憶部に記憶するステップと、

処理部は、求められた観測行列H_i、又は、観測行列H_iとフィルタゲイン$K_{s,i}$により、前記上限値γ_f及び前記忘却係数ρに基づく存在条件を計算するステップと、

処理部は、上限値γ_fを小さくしていき前記ハイパーH∞フィルタを実行するステップを繰り返すことで、各時刻で前記存在条件が満たされる範囲で上限値を小さく設定し、その値を記憶部に記憶するステップと、

をコンピュータに実行させるためのシステム推定プログラム。

16. 次式で表される状態空間モデルに対して、

$$x_{k+1}=F_kx_k+G_kw_k$$

$$y_k=H_kx_k+v_k$$

$$z_k=H_kx_k$$

ここで、

x_k:状態ベクトルまたは単に状態

w_k:システム雑音

v_k:観測雑音

y_k:観測信号

z_k:出力信号

F_k:システムのダイナミックス

G_k:駆動行列

評価基準として忘却係数ρで重み付けされた外乱からフィルタ誤差への最大エネルギーゲインを予め与えられた上限値γ_fに対応する項より小さく抑えるように定めた、推定アルゴリズムにおいて、状態推定のロバスト化と忘却係数ρの最適化を同時にコンピュータに実行させるためのシステム推定プログラムを記録したコンピュータ読み取り可能な記録媒体であって、

処理部は、上限値γ_f、フィルタの入力である観測信号y_k、観測行列H_kを含む値を記憶部又は入力部から入力するステップと、

処理部は、前記上限値γ_fに従い、状態空間モデルに関連する忘却係数ρを決定するステップと、

処理部は、記憶部から初期値又はある時刻の観測行列H_kを含む値を読み取り、前記忘却係数ρを用いて次式で表されるハイパーH_∞フィルタを実行するステップと、

$$\hat{x}_{k|k}=F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1}+K_{s,k}(y_k-H_kF_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1})$$

ここで、

$\hat{x}_{k|k}$:観測信号y_0~y_kまでを用いた時刻kの状態x_kの推定値

F_k:システムのダイナミックス

$K_{s,k}$:フィルタゲイン

処理部は、ハイパーH_∞フィルタに関する求められた値を記憶部に記憶するステップと、

処理部は、求められた観測行列H_i、又は、観測行列H_iとフィルタゲイン$K_{s,i}$により、前記上限値γ_f及び前記忘却係数ρに基づく存在条件を計算するステップと、

処理部は、上限値γ_fを小さくしていき前記ハイパーH_∞フィルタを実行するステップを繰り返すことで、各時刻で前記存在条件が満たされる範囲で上限値を小さく設定し、その値を記憶部に記憶するステップと、

をコンピュータに実行させるためのシステム推定プログラムを記録したコンピュータ読み取り可能な記録媒体。

１７．次式で表される状態空間モデルに対して、

$x_{k+1}=F_k x_k+G_k w_k$

$y_k=H_k x_k+v_k$

$z_k=H_k x_k$

ここで、

x_k:状態ベクトルまたは単に状態

w_k:システム雑音

v_k:観測雑音

y_k:観測信号

z_k:出力信号

F_k:システムのダイナミックス

G_k:駆動行列

評価基準として忘却係数ρで重み付けされた外乱からフィルタ誤差への最大エネルギーゲインを予め与えられた上限値γ_fに対応する項より小さく抑えるように定めた、推定アルゴリズムにおいて、状態推定のロバスト化と忘却係数ρの最適化を同時に行うためのシステム推定装置であって、

推定アルゴリズムを実行する処理部と、

前記処理部により読み取り及び／又は書き込みがなされ、状態空間モデルに関連する各観測値、設定値、推定値を記憶した記憶部と、

を備え、

前記処理部は、上限値γ_f、フィルタの入力である観測信号y_k、観測行列H_kを含む値を記憶部又は入力部から入力すること、

前記処理部は、前記上限値γ_fに従い、状態空間モデルに関連する忘却係数ρを決定すること、

前記処理部は、記憶部から初期値又はある時刻の観測行列H_kを含む値を読み取り、前記忘却係数ρを用いて次式で表されるハイパーH∞フィルタを実行すること、

$$\hat{x}_{k|k}=F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1}+K_{s,k}(y_k-H_kF_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1})$$

ここで、

$\hat{x}_{k|k}$：観測信号y_0～y_kまでを用いた時刻kの状態x_kの推定値

F_{k-1}：システムのダイナミックス

$K_{s,k}$：フィルタゲイン

前記処理部は、ハイパーH∞フィルタに関する求められた値を記憶部に記憶すること、

前記処理部は、求められた観測行列H_i、又は、観測行列H_iとフィルタゲイン$K_{s,i}$により、前記上限値γ_f及び前記忘却係数ρに基づく存在条件を計算すること、

前記処理部は、上限値γ_fを小さくしていき前記ハイパーH∞フィルタを実行するステップを繰り返すことで、各時刻で前記存在条件が満たされる範囲で上限値を小さく設定し、その値を記憶部に記憶すること

を備えた前記システム推定装置。

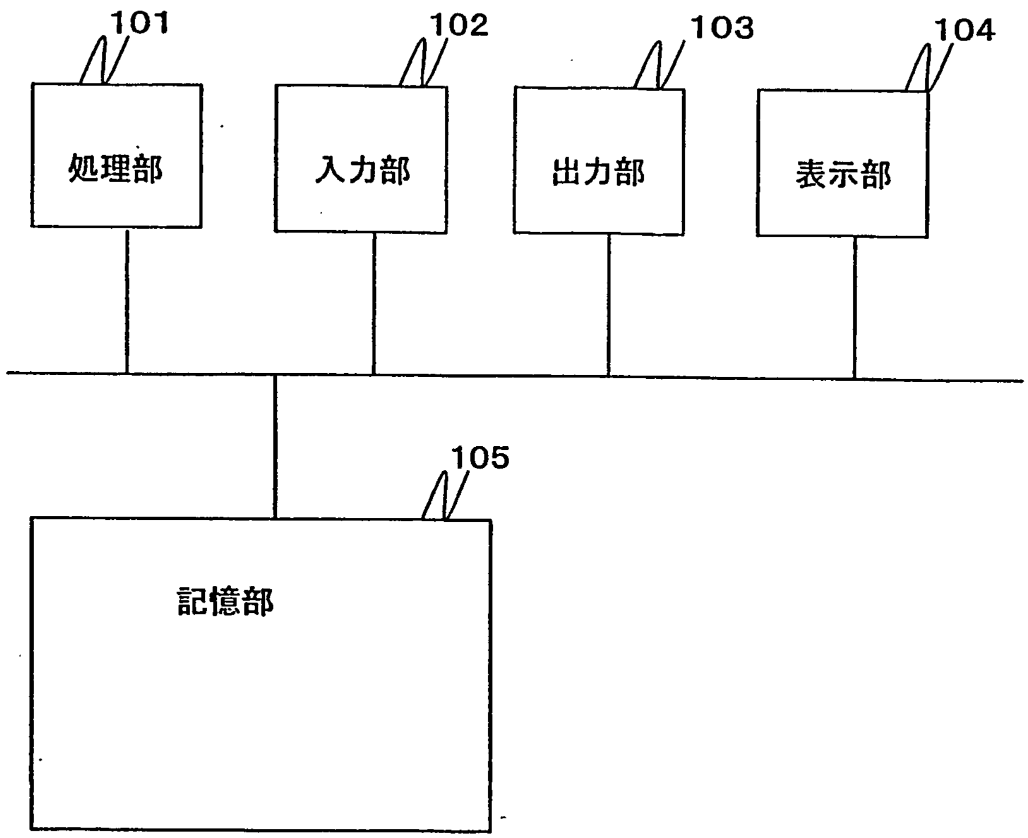


図1

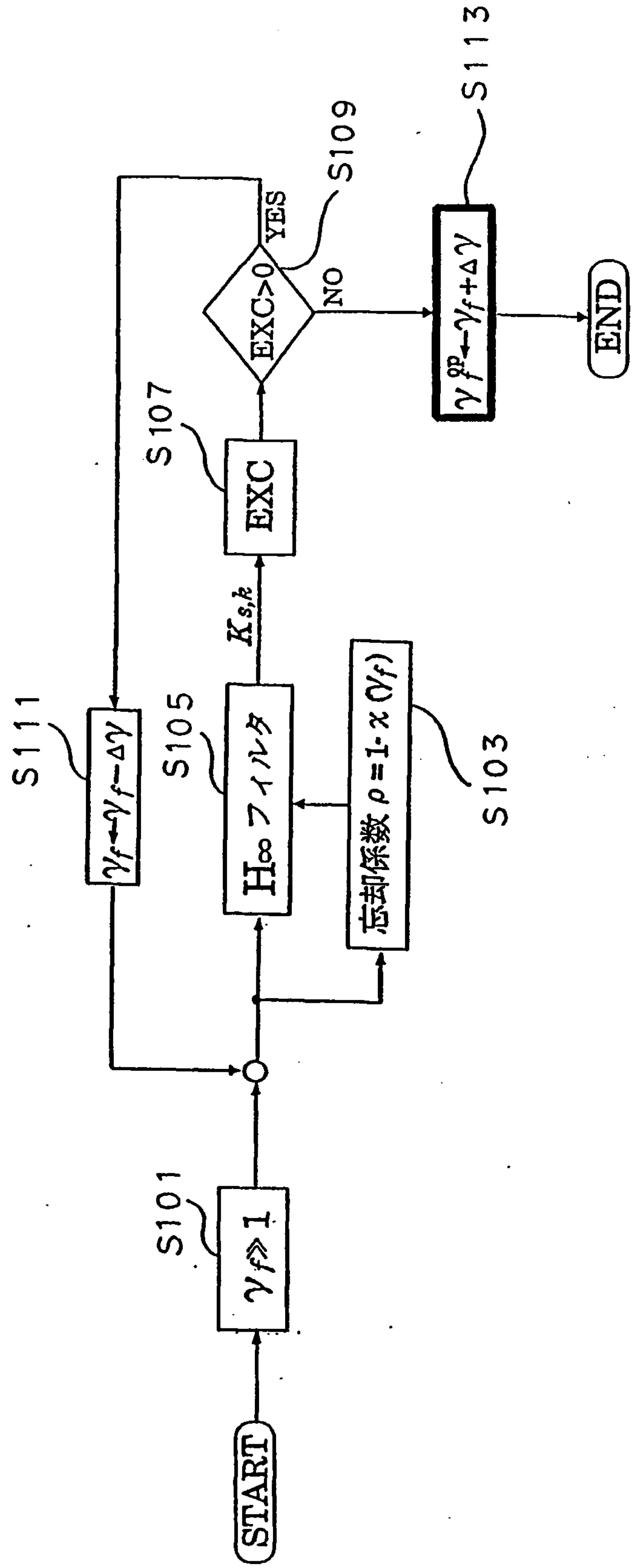

START
$\gamma_f \gg 1$
S101
S111
$\gamma_f \leftarrow \gamma_f - \Delta\gamma$
S105
H∞フィルタ
S103
忘却係数 $\rho = 1 \cdot \chi(\gamma_f)$
$K_{s,k}$
EXC
S107
EXC>0
S109
YES
NO
S113
$\gamma_f^{op} \leftarrow \gamma_f + \Delta\gamma$
END

図2

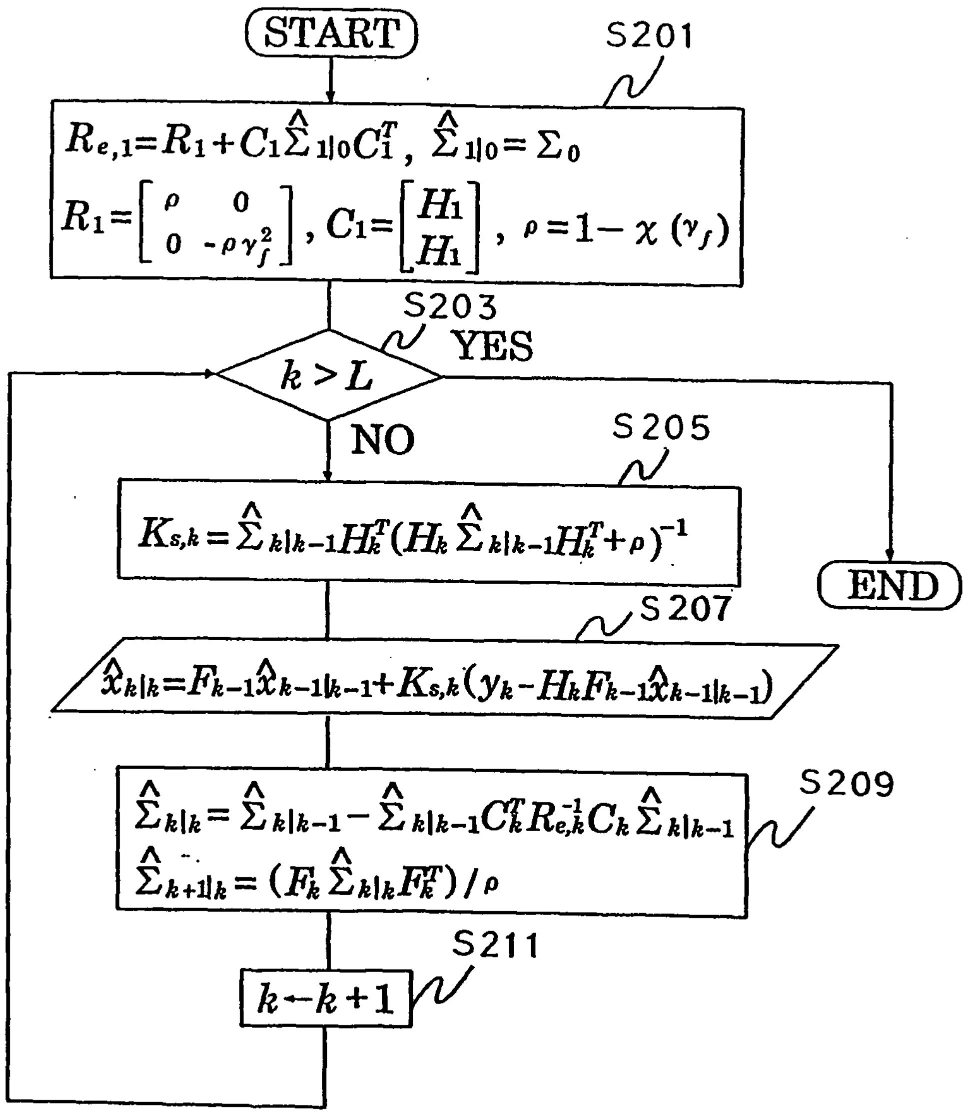

START
S201
$R_{e,1}=R_1+C_1\hat{\Sigma}_{1|0}C_1^T$, $\hat{\Sigma}_{1|0}=\Sigma_0$
$R_1=\begin{bmatrix}\rho & 0\\ 0 & -\rho\gamma_f^2\end{bmatrix}$, $C_1=\begin{bmatrix}H_1\\ H_1\end{bmatrix}$, $\rho=1-\chi(\gamma_f)$
S203
$k>L$
YES
NO
S205
$K_{s,k}=\hat{\Sigma}_{k|k-1}H_k^T(H_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}H_k^T+\rho)^{-1}$
END
S207
$\hat{x}_{k|k}=F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1}+K_{s,k}(y_k-H_kF_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1})$
S209
$\hat{\Sigma}_{k|k}=\hat{\Sigma}_{k|k-1}-\hat{\Sigma}_{k|k-1}C_k^TR_{e,k}^{-1}C_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}$
$\hat{\Sigma}_{k+1|k}=(F_k\hat{\Sigma}_{k|k}F_k^T)/\rho$
S211
$k\leftarrow k+1$

図3

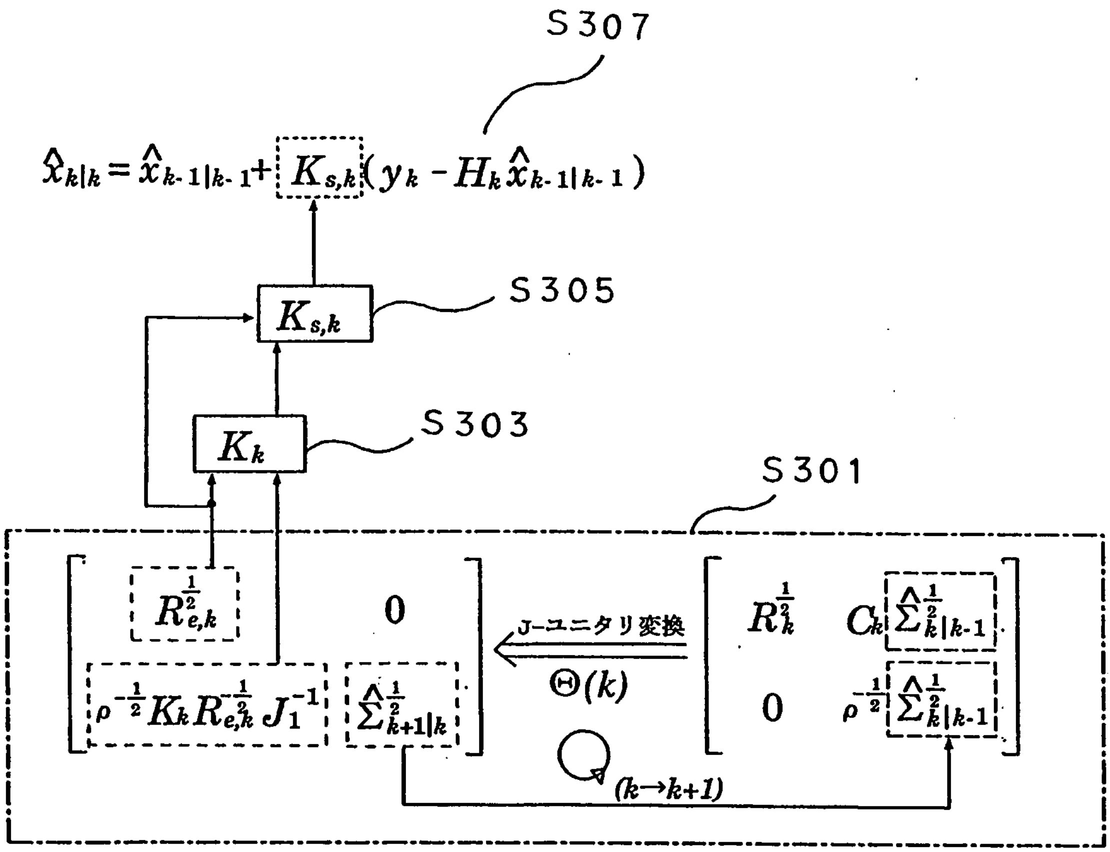

S307
$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k}(y_k - H_k\hat{x}_{k-1|k-1})$
S305
$K_{s,k}$
S303
K_k
S301
$R_{e,k}^{\frac{1}{2}}$
0
$\rho^{-\frac{1}{2}}K_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1}$
$\hat{\Sigma}_{k+1|k}^{\frac{1}{2}}$
J−ユニタリ変換
$\Theta(k)$
$R_k^{\frac{1}{2}}$
$C_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}}$
0
$\rho^{-\frac{1}{2}}\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}}$
$(k\rightarrow k+1)$

図4

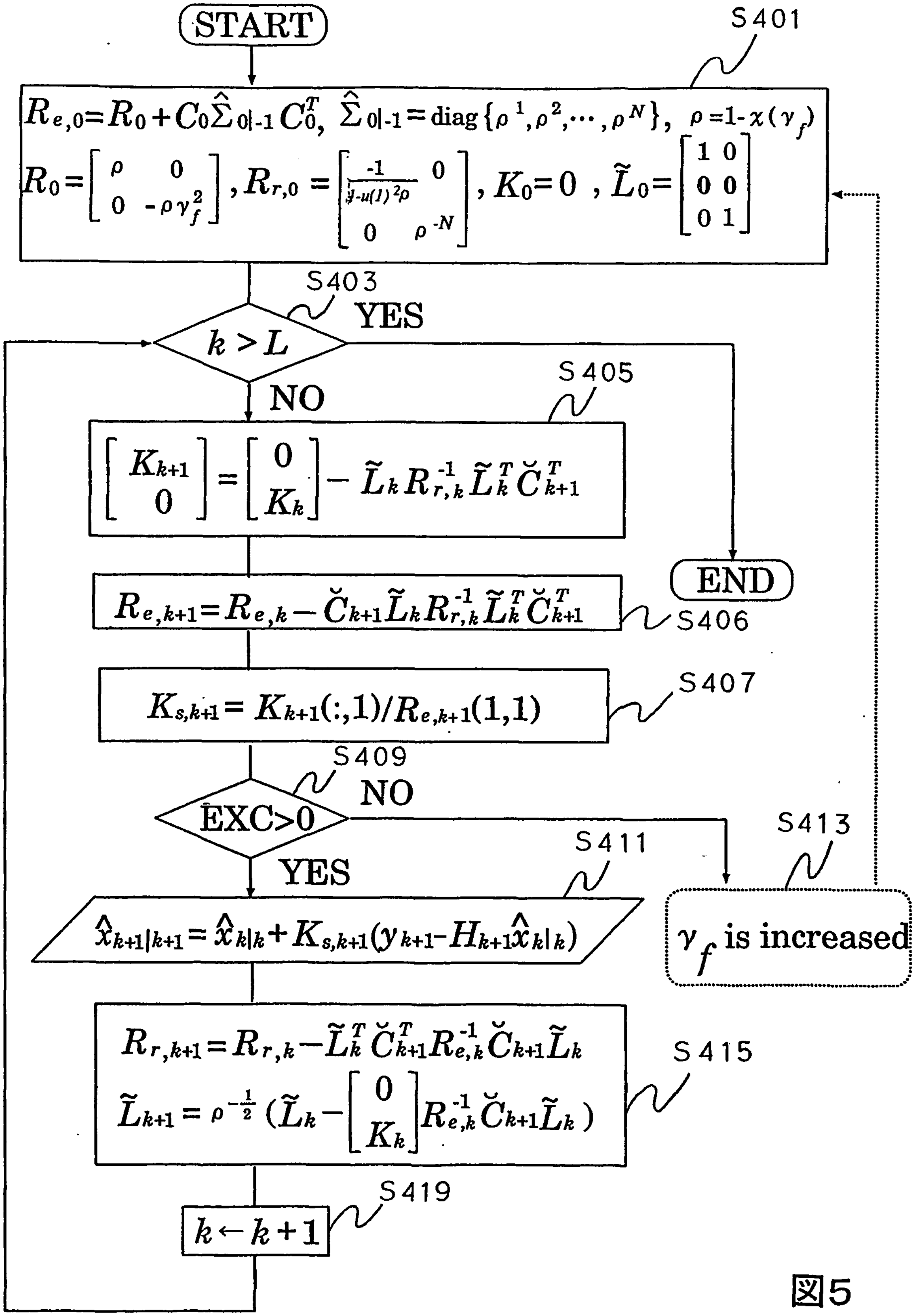
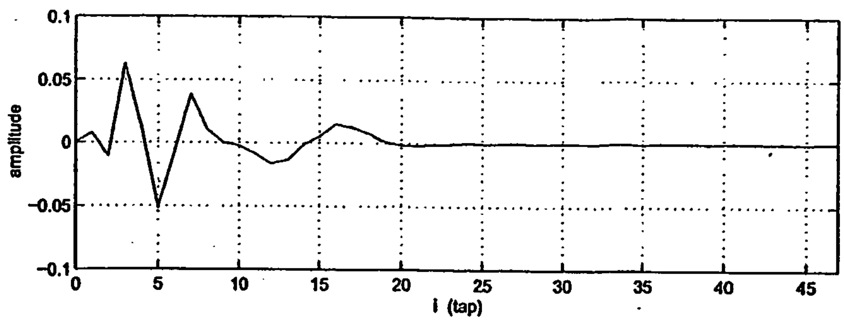

START
S401
$R_{e,0}=R_0+C_0\hat{\Sigma}_{0|-1}C_0^T,\ \hat{\Sigma}_{0|-1}=\mathrm{diag}\{\rho^1,\rho^2,\cdots,\rho^N\},\ \rho=1-\chi(\gamma_f)$
$R_0=\begin{bmatrix}\rho & 0\\ 0 & -\rho\gamma_f^2\end{bmatrix},R_{r,0}=\begin{bmatrix}\frac{-1}{1-u(1)^2\rho} & 0\\ 0 & \rho^{-N}\end{bmatrix},K_0=0,\ \tilde{L}_0=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$
S403
$k>L$
YES
NO
S405
$\begin{bmatrix}K_{k+1}\\ 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ K_k\end{bmatrix}-\tilde{L}_kR_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T\breve{C}_{k+1}^T$
END
$R_{e,k+1}=R_{e,k}-\breve{C}_{k+1}\tilde{L}_kR_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T\breve{C}_{k+1}^T$
S406
S407
$K_{s,k+1}=K_{k+1}(:,1)/R_{e,k+1}(1,1)$
S409
EXC>0
NO
S413
S411
YES
$\hat{x}_{k+1|k+1}=\hat{x}_{k|k}+K_{s,k+1}(y_{k+1}-H_{k+1}\hat{x}_{k|k})$
γ_f is increased
$R_{r,k+1}=R_{r,k}-\tilde{L}_k^T\breve{C}_{k+1}^TR_{e,k}^{-1}\breve{C}_{k+1}\tilde{L}_k$
$\tilde{L}_{k+1}=\rho^{-\frac{1}{2}}(\tilde{L}_k-\begin{bmatrix}0\\ K_k\end{bmatrix}R_{e,k}^{-1}\breve{C}_{k+1}\tilde{L}_k)$
S415
S419
$k\leftarrow k+1$

図5

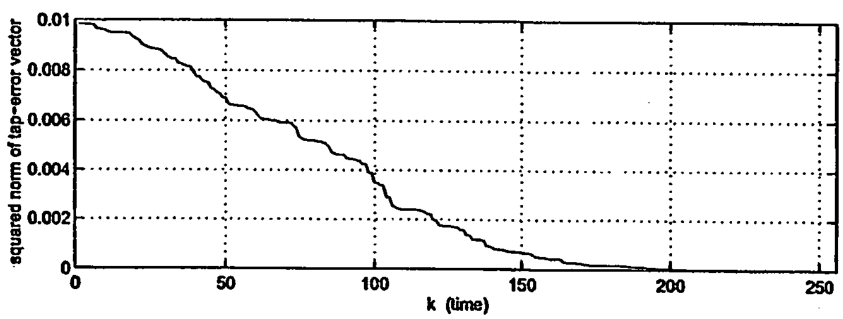
エコーパスのインパルス応答

h_0	h_1	h_2	h_3	h_4	h_5
0.0	0.008	-0.012	0.064	0.013	-0.052
h_6	h_7	h_8	h_9	h_{10}	h_{11}
-0.007	0.039	0.011	0.0	-0.002	-0.009
h_{12}	h_{13}	h_{14}	h_{15}	h_{16}	h_{17}
-0.016	-0.013	-0.001	0.004	0.015	0.013
h_{18}	h_{19}	h_{20}	h_{21}	h_{22}	h_{23}
0.007	0.0	-0.001	-0.002	-0.001	0.0

図6

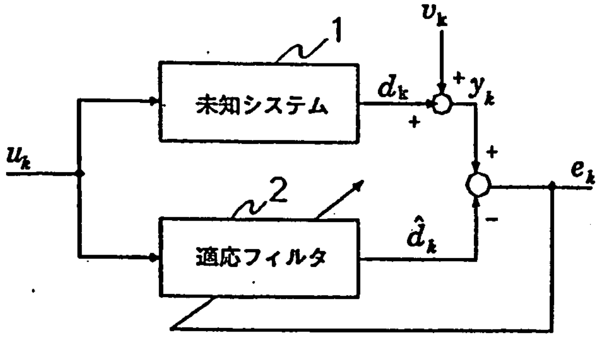


(a) インパルス応答の推定値 ($\hat{x}_{256|256}$)

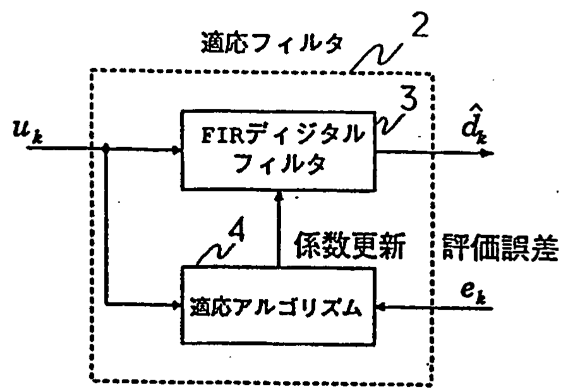


(b) タップ誤差の推移

図7



（ａ）出力誤差方式



（ｂ）適応フィルタの構造

図8

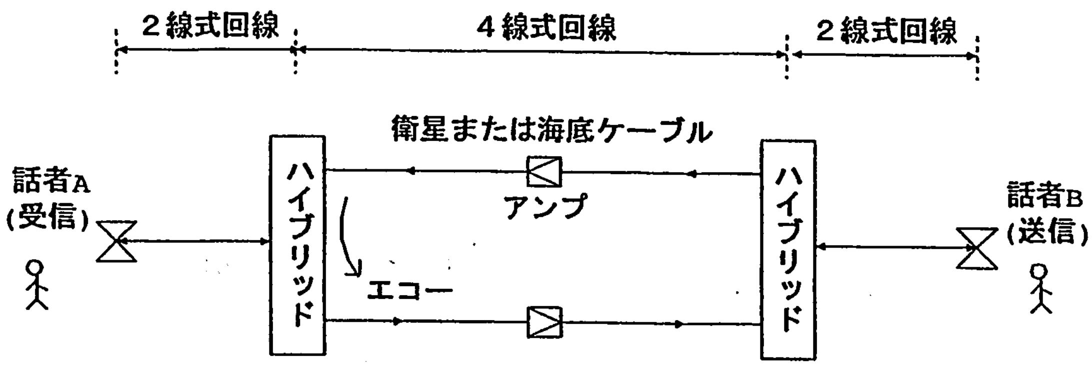

２線式回線
４線式回線
２線式回線
衛星または海底ケーブル
話者A
(受信)
ハイブリッド
アンプ
エコー
ハイブリッド
話者B
(送信)

図9

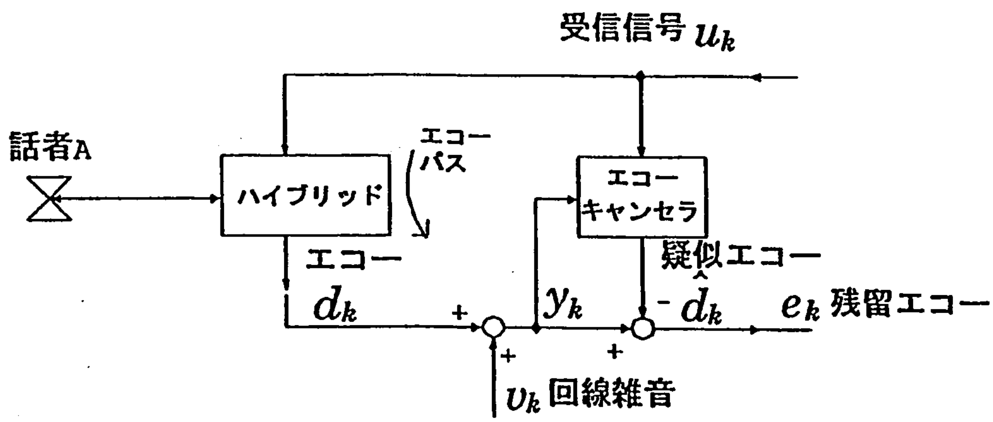

受信信号 u_k
話者A
ハイブリッド
エコー
パス
エコー
キャンセラ
エコー
d_k
疑似エコー
y_k
$\hat{d}_k$
e_k 残留エコー
v_k 回線雑音

図10

INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International application No.
PCT/JP2004/011568

A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER
Int.Cl[7] H03H21/00, G05B13/02, H04B3/23, H04B7/005, H04R3/00, H04S7/00, G10K11/178

According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC

B. FIELDS SEARCHED

Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols)
Int.Cl[7] H03H21/00, G05B13/02, H04B3/23, H04B7/005, H04R3/00, H04S7/00, G10K11/178

Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched

Jitsuyo Shinan Koho	1922-1996	Toroku Jitsuyo Shinan Koho	1994-2004
Kokai Jitsuyo Shinan Koho	1971-2004	Jitsuyo Shinan Toroku Koho	1996-2004

Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practicable, search terms used)
IEEE

C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category*	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
Y A	JP 2002-135171 A (Japan Science and Technology Corp.), 10 May, 2002 (10.05.02), Par. Nos. [0018] to [0070], [0077]; Fig. 1 & US 2004-59551 A1 & WO 2002/035727 A1	1-6,13-17 7-12
Y A	NISHIYAMA, K. 'Robust estimation of a single complex sinusoid in white noise- H_∞ filtering approach', In: IEEE Transactions on Signal Processing, USA, 1999, Vol.47, pages 2853 to 2856	1-6,13-17 7-12
Y A	JP 7-185625 A (Nippon Steel Corp.), 25 July, 1995 (25.07.95), Par. No. [0021]; Fig. 2 (Family: none)	1-6,13-17 7-12

[X] Further documents are listed in the continuation of Box C. [ ] See patent family annex.

* Special categories of cited documents:
- "A" document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance
- "E" earlier application or patent but published on or after the international filing date
- "L" document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified)
- "O" document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means
- "P" document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed
- "T" later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention
- "X" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone
- "Y" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art
- "&" document member of the same patent family

Date of the actual completion of the international search	Date of mailing of the international search report
09 November, 2004 (09.11.04)	22 November, 2004 (22.11.04)

Name and mailing address of the ISA/	Authorized officer
Japanese Patent Office	
Facsimile No.	Telephone No.

C (Continuation). DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category*	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
Y	NISHIYAMA, K. et al., 'H_{∞}-learning of layered neural networks', In: IEEE Transactions on Neural Networks, USA, 2001, Vol.12, pages 1265 to 1277	2

国際調査報告	国際出願番号 PCT／JP2004／011568

A. 発明の属する分野の分類（国際特許分類（IPC））
Int. Cl.⁷ H03H21／00, G05B13／02, H04B3／23, H04B7／005, H04R3／00, H04S7／00, G10K11／178

B. 調査を行った分野
調査を行った最小限資料（国際特許分類（IPC））
Int. Cl.⁷ H03H21／00, G05B13／02, H04B3／23, H04B7／005, H04R3／00, H04S7／00, G10K11／178

最小限資料以外の資料で調査を行った分野に含まれるもの

日本国実用新案公報	1922－1996年
日本国公開実用新案公報	1971－2004年
日本国登録実用新案公報	1994－2004年
日本国実用新案登録公報	1996－2004年

国際調査で使用した電子データベース（データベースの名称、調査に使用した用語）

IEEE

C. 関連すると認められる文献

引用文献のカテゴリー＊	引用文献名 及び一部の箇所が関連するときは、その関連する箇所の表示	関連する請求の範囲の番号
Y A	JP 2002-135171 A（科学技術振興事業団） 2002. 05. 10, 段落【0018】～【0070】，【0077】，【図1】 & US 2004-59551 A1 & WO 2002/035727 A1	1－6, 13－17 7－12
Y A	NISHIYAMA, K. 'Robust estimation of a single complex sinusoid in white noise-H∞ filtering approach.', In:IEEE Transactions on Signal Processing, USA, 1999, Vol. 47, pp. 2853-2856	1－6, 13－17 7－12

[X] C欄の続きにも文献が列挙されている。　　[ ] パテントファミリーに関する別紙を参照。

＊ 引用文献のカテゴリー
「A」特に関連のある文献ではなく、一般的技術水準を示すもの
「E」国際出願日前の出願または特許であるが、国際出願日以後に公表されたもの
「L」優先権主張に疑義を提起する文献又は他の文献の発行日若しくは他の特別な理由を確立するために引用する文献（理由を付す）
「O」口頭による開示、使用、展示等に言及する文献
「P」国際出願日前で、かつ優先権の主張の基礎となる出願の日の後に公表された文献
「T」国際出願日又は優先日後に公表された文献であって出願と矛盾するものではなく、発明の原理又は理論の理解のために引用するもの
「X」特に関連のある文献であって、当該文献のみで発明の新規性又は進歩性がないと考えられるもの
「Y」特に関連のある文献であって、当該文献と他の1以上の文献との、当業者にとって自明である組合せによって進歩性がないと考えられるもの
「&」同一パテントファミリー文献

国際調査を完了した日 09. 11. 2004	国際調査報告の発送日 22.11.2004
国際調査機関の名称及びあて先 日本国特許庁（ISA／JP） 郵便番号100－8915 東京都千代田区霞が関三丁目4番3号	特許庁審査官（権限のある職員）　5W　3139 甲斐　哲雄 電話番号　03－3581－1101　内線　3575

Ｃ（続き）．　関連すると認められる文献

引用文献のカテゴリー＊	引用文献名　及び一部の箇所が関連するときは、その関連する箇所の表示	関連する請求の範囲の番号
Ｙ Ａ	ＪＰ　７－１８５６２５　Ａ（新日本製鐵株式会社） １９９５．０７．２５，段落【００２１】，【図２】 （ファミリーなし）	１－６， １３－１７ ７－１２
Ｙ	NISHIYAMA,K, et al. ‘H∞-learning of layered neural networks’, In:IEEE Transactions on Neural Networks,USA,2001, Vol.12,pp.1265-1277	２